

FACULDADE CATÓLICA DE ANÁPOLIS  
INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM DOCÊNCIA UNIVERSITÁRIA

**ELIANE PEREIRA DOS SANTOS**

**PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE  
TRIGONOMETRIA E DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO  
SUPERIOR**

ANÁPOLIS

2011

ELIANE PEREIRA DOS SANTOS

**PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE  
TRIGONOMETRIA E DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO  
SUPERIOR**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Pós-graduação em Docência Universitária da Faculdade Católica de Anápolis como exigência para obtenção do título de especialista em Docência Universitária sob orientação da professora MSc. Maria Inácia Lopes.

ANÁPOLIS – 2011

**ELIANE PEREIRA DOS SANTOS**

**PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE  
TRIGONOMETRIA E DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO  
SUPERIOR**

Trabalho monográfico submetido à aprovação da banca da Faculdade Católica  
de Anápolis, composta pelos seguintes membros:

---

MESTRE MARIA INÁCIA LOPES  
FACULDADE CATÓLICA DE ANÁPOLIS  
ORIENTADORA

---

MESTRE MARIA JUSSARA LOPES BANDEIRA  
CONVIDADA

---

MESTRE ANTONIO FERNANDES DOS ANJOS  
CONVIDADO

Aprovado em \_\_\_\_\_ Nota \_\_\_\_\_

Dedico este trabalho aos meus pais, esposo e filhos, que me ampararam nos momentos de dificuldades, dando-me apoio e compreensão incondicional. Aos meus irmãos, familiares e todos aqueles que de forma direta ou indireta contribuíram para finalização deste trabalho. A todos os professores deste mundo, que mesmo após a luta diária pela obtenção do título, não são reconhecidos como os mestres que são.

Agradeço ao Deus Trino e Nossa Mãe Maria Santíssima, que me sustentam em todos os momentos, me consolam e me guiam em todos os passos.

Aos meus pais, Waldir e Lourdes, que desde os primeiros momentos de minha vida, souberam me conduzir neste caminho de felicidade.

Ao meu esposo, Cleiton e meus filhos, que tiveram compreensão quanto às minhas ausências e falhas como esposa, mãe e dona de casa e sobretudo pelo apoio e incentivo em não desistir, nos momentos de desânimo.

A todos que abdicaram de momentos de convívio, que sofreram com a minha ausência quando as responsabilidades do curso me faziam distante. Grande parte desta conquista se deve ao esforço destas pessoas que buscaram junto comigo o mesmo objetivo, o mesmo sonho e a mesma vitória, cumprindo assim a sua missão, fora do alcance dos meus olhos, através do apoio, do amor, das orações e do incentivo de meus irmãos e familiares.

Aos mestres que me ajudaram na tarefa de realizar este trabalho, pois cumpri-la com sucesso, seria impossível sem suas orientações.

## Resumo

No presente trabalho é apresentada uma proposta metodológica para o ensino de trigonometria e dos gráficos das funções trigonométricas, abordando as seguintes funções: seno, cosseno, e tangente. Nesta metodologia foram usadas as ferramentas do aplicativo do Window, MS-EXCEL. Para isto, foi feita uma apresentação da evolução histórica da trigonometria, desde seu surgimento através de necessidades práticas ligadas à astrologia, navegações, etc, até sua consolidação como funções trigonométricas ensinadas atualmente em salas de aula. Também é feita uma abordagem teórica sobre o uso de tecnologias na educação, com ênfase no computador que é a principal ferramenta utilizada nesta proposta de metodologia diferenciada. O trabalho faz sugestão de exercícios contextualizados com diferentes áreas do saber no ensino superior, proporcionando ao aluno, com auxílio do professor, uma visualização das diversas possibilidades dos gráficos e suas aplicações nos diferentes ramos profissionais. A idéia é lançar uma discussão sobre uma proposta que perceba na matemática, através da trigonometria e das funções trigonométricas, uma maneira de ensinar seus principais conceitos de forma atrativa para o aluno e contextualizada com sua própria área de saber no ensino superior.

Palavras-chave: Trigonometria. Funções trigonométricas. Educação-matemática. Metodologia. Ensino superior.

## **Abstract**

In the present work will be presented a methodology proposal for the education of trigonometry and the graphs of the trigonometrical functions, approaching the following functions: sine, cosine, and tangent. In this methodology the tools of the applicatory one of the Window had been used, MS-EXCEL. For this, a presentation of the historical evolution of trigonometry was made. Since its sprouting through on practical necessities the astrology, navigations, etc, until its consolidation as trigonometrical functions taught currently in classrooms. Also a theoretical boarding on the use of technologies in the Education is made, with emphasis in the computer, that is the main tool used in this proposal of differentiated methodology. The work makes suggestion of exercises contextualizados with different areas of knowing in superior education. Providing to the pupil, with I assist of the professor, a visualization of the diverse possibilities of the graphs, and its applications in the different professional branches. The idea is to launch a quarrel on a proposal that it perceives in the mathematics, through trigonometry and of the trigonometrical functions, a way to teach its main concepts of form attractive for the pupil and contextualizada with its proper area to know in superior education.

Words - Key: Trigonometrical, Trigonometry functions, Education-mathematics, methodology, superior education.

## Sumário

1	Introdução .....	01
2	História da Trigonometria .....	02
3	O uso de tecnologias na educação.....	07
4	Utilizando o Microsoft Office Excel com funções trigonométricas.....	08
5	Conteúdos de trigonometria.....	10
5.1	– Arcos e ângulos .....	11
5.2	–Relações Trigonométricas no triângulo retângulo.....	11
5.3	– Funções Trigonométricas.....	12
6	Contextualização da trigonometria em várias áreas do saber no ensino superior.....	15
7	Conclusão .....	18
8	Referências Bibliográficas .....	19

## Introdução

A motivação do presente trabalho surgiu a partir da dificuldade de apresentação da utilização de trigonometria em diferentes áreas do saber no ensino superior. Se falarmos sobre gráficos de funções trigonométricas, a situação fica ainda mais caótica, pois normalmente vemos a matemática sem contextualização e simplesmente com uma metodologia de quadro e giz.

Ensinar a trigonometria através de uma contextualização histórica e demonstrando sua utilização em diversas profissões através de uma metodologia diferenciada é a proposta para atrair a atenção do acadêmico.

Portanto, o objetivo deste trabalho é apresentar os conceitos e aplicações de trigonometria e funções trigonométricas de uma maneira contextualizada a diferentes áreas do saber. E com a ferramenta computacional, o acadêmico, através do auxílio do professor, poderá visualizar diferentes gráficos construindo seu próprio conhecimento a respeito do assunto, possibilitando assim acrescentar aspectos relevantes para discussões relacionadas ao melhor aprendizado de Trigonometria e Funções Trigonométricas.

## 2. História da trigonometria

Conhecer o surgimento e desenvolvimento dos conceitos a serem ensinados é muito importante para quem ensina e para quem aprende. Quando o professor inicia um conteúdo explicando o surgimento e desenvolvimento de determinado conceito, ele enriquece a aula e na maioria das situações tira dúvidas dos acadêmicos referentes à importância daquele assunto, contribuindo também, para maior produtividade da aula através do seu interesse e curiosidade. No entanto, temos visto que na grande maioria das escolas a matemática é ensinada sem contextualização histórica, sem preocupação com aprendizado do aluno. Cortella (1998, p.102). deixa este aspecto bem claro ao afirmar que:

Quando um educador(a) nega(com ou sem intenção) aos alunos a compreensão das condições culturais, históricas e sociais de produção do conhecimento, termina por reforçar a mitificação e a sensação de perplexidade, imponência e incapacidade cognitiva.

Diante disto, podemos perceber a necessidade de expor aos acadêmicos como os conteúdos da matemática se desenvolveram, mostrando que tudo que é ensinado em sala está relacionado aos aspectos históricos e sociais da sociedade. A intenção é de proporcionar aos alunos a oportunidade de compreender o significado do que está sendo ensinado.

Partindo desta idéia, será apresentando neste trabalho o surgimento e desenvolvimento da trigonometria.

A trigonometria como ciência analítica, teve origem no século XVII após o desenvolvimento algébrico nas antigas civilizações.

Estudos mostram que nas civilizações antigas ela se desenvolveu como consequência das necessidades práticas, ligadas à Astronomia, Agrimensura e Navegação. Os primeiros vestígios surgiram no Egito e na Babilônia.

No Egito utilizavam a Trigonometria nas medições de pirâmides, onde introduziram o conceito de “*seqt*”, que representava a razão entre o afastamento horizontal e elevação vertical, mantendo assim uma inclinação constante das faces das

pirâmides. Além da utilização da trigonometria nas medições das pirâmides, surgiu no Egito, 1500 a.C. aproximadamente, a ideia de associar sombras projetadas por uma vara vertical a sequências numéricas, relacionando seus comprimentos com horas do dia (relógio do sol). Essas ideias introduziam mais tarde a chegada das funções tangente e cotangente.

Na Babilônia, devido a fatores como: a religiosidade, as ligações com o calendário, as épocas de plantio e as estações do ano, eles tinham grande interesse pela Astronomia e utilizavam os triângulos, para o estudo das fases da lua.

Mas podemos também destacar neste trabalho, outras contribuições de civilizações que vieram da China, onde em aproximadamente 1110 a.C., também houve indícios da trigonometria. Sabe-se que eles usavam os triângulos para medir distâncias, comprimentos e profundidades.

Os povos antigos tinham grande interesse astronômico e os chineses não eram diferentes. Através da necessidade de medir ângulos surgiu na China o conceito de ângulo e a forma de medi-lo mas não se sabe como eram feitas as medições e quais as unidades de medidas.

Os gregos aprenderam muito com os egípcios; através deste aprendizado, a civilização grega passou a servir de preceptora a todas as outras nações. Um exemplo é o relógio de sol, que segundo Heródoto (490 – 420 a.C.) recebeu o nome de *gnômon*, dado pelos gregos. Mas os egípcios já o haviam utilizado antes de 1500 a.C.. O *gnômon* era uma vareta que se espetava no chão formando com ele um ângulo de  $90^\circ$  e o comprimento de sua sombra era observado, para determinar o horário do dia, evidenciando a utilização da trigonometria nos fenômenos astronômicos.

Uma grande contribuição grega para o estudo da trigonometria é a divisão do zodíaco em 360 partes, realizada por Hipsícles, influenciado pela cultura babilônica. Essa ideia foi posteriormente generalizada por Hiparco para qualquer círculo (Eves, 1995). Hiparco de Nicéia (180-125 a. C.) através das seguintes “ideias” trigonométricas proporcionou um grande avanço na Astronomia e por isso ele recebeu o título de “Pai da Trigonometria”. Ele dividiu a circunferência em 360 partes; também atribuiu o nome de arco de 1 grau a cada parte em que a circunferência ficou dividida; dividiu cada arco de  $1^\circ$  em 60 partes obtendo o arco de 1 minuto; construiu o que foi presumivelmente a primeira tabela trigonométrica com os valores das cordas de uma série de ângulos de  $0^\circ$  a  $1180^\circ$ , utilizando interpolação linear; observou que num dado círculo a razão do arco para a corda diminui quando o arco diminui de  $180^\circ$  para  $0^\circ$ .

Uma contribuição de destaque no desenvolvimento da trigonometria está registrada na obra *Almagesto* (A Maior). Plotomeu sistematizou e compilou no *Almagesto* uma série de conhecimentos difundidos em sua época e a maior parte da obra é baseada no trabalho astronômico e matemático do grego Hiparco, cujos livros se perderam. O estudo da Trigonometria foi desenvolvido por Plotomeu nos capítulos dez e onze do primeiro livro do *Almagesto*, onde, através de “identidades trigonométricas”, ele reuniu dados para formar uma tábua de cordas. De acordo com Kennedy, Plotomeu fornece uma tábua de cordas e  $1/2^\circ$  a  $180^\circ$  de meio em meio grau, equivalente a tábua de senos de  $1/4^\circ$  a  $90^\circ$ , de um quarto em um quarto de grau, tudo usando a notação sexagesimal babilônica.

Na Grécia Antiga o conceito de função não foi desenvolvido pois os métodos quantitativos de pesquisa, usados em Astronomia, tinham como objetivo representar em tabelas, relações entre conjuntos discretos de quantidades dadas, mas sem a preocupação de generalização, condição necessária para se trabalhar com funções.

Os Hindus, no século IV d.C, revolucionaram a trigonometria com um conjunto de textos denominados *Siddhanta*, que significa sistemas de Astronomia. Kennedy(1992), afirma que o *Surya Siddhanta*, foi composto no século IV ou Vd.C., é um resumo de doutrinas sobre astronomia.

Para este trabalho é interessante evidenciar, que nele encontramos a mais antiga tábua de senos, descoberta na Índia. Para os Hindus o *Jiva* é a relação entre a metade da corda e a metade do ângulo central correspondente, possibilitando uma visão de um triângulo retângulo na circunferência. O *Jiva* Hindu é o que chamamos atualmente de seno.

Uma importante contribuição dos Hindus para a trigonometria é relatada por Kennedy(1992, p.18):

Os astrônomos da Índia clássica não só introduziram a função seno, mas também entraram, embora intuitivamente, em assuntos que mais tarde vieram a se chamar “equações de diferenças” e “teoria da interpolação”.

Após os Hindus, os Árabes também deram sua contribuição à trigonometria. Podemos destacar, que o príncipe da Síria Mohamed-bem-Geber, conhecido como Al Battani (aproximadamente 850 a 929 d.C.), teve a ideia de

introduzir o círculo unitário e com isso demonstrar que a razão jiva(seno) é válida para qualquer triângulo retângulo, independente do valor da medida da hipotenusa.

O astrônomo Persa Nasîr ed-dên al-Tûsî, também merece grande destaque na história da trigonometria, pois ele foi autor em 1250, do primeiro trabalho no qual a trigonometria plana apareceu como uma ciência por ela própria, desvinculada da astronomia.

Na Europa do século XIV alguns passos importantes foram dados para o desenvolvimento da Matemática. Pela primeira vez, a noção função é expressa. Neste campo surgiu Nicole Oresm (1323-1382) com seu “*Treatise on the configuration of Qualities na Motions*”, no qual introduziu a representação gráfica que explicita a noção de funcionalidade entre variáveis(no caso velocidade por tempo).

As seis funções trigonométricas foram definidas como funções do ângulo, em vez de funções do arco e subentendidas como razões, pela primeira vez, no *Cânon Doctrinae Ttriangulorum* de Joachim Rhaeticus em Leipzig, 1551, embora ele não tenha dado nomes para seno, cosseno ou cossecante, exceto perpendiculum, basis e hypotenusa.

Viète(1540-1603) em 1580, adicionou um tratamento analítico à trigonometria. Foi o primeiro matemático a usar letras para representar os coeficientes gerais, representando grande progresso para Álgebra.

Uma grande evolução da trigonometria se deu em 1748, quando Euler (1707-1780) adota a medida do raio de um círculo como unidade e define funções, aplicadas a um número e não mais a um ângulo. Euler introduziu a letra grega  $\pi$  para a razão entre comprimento e diâmetro da circunferência e usou a notação  $f(x)$  para a função de  $x$ . Com Euler o seno deixou de ser uma grandeza e adquiriu o status de número; esta é a trigonometria aplicada atualmente.

### **3. O uso de tecnologias na educação**

O grande avanço das tecnologias afeta a Educação. As tecnologias trazem novidades, modernidades que fascinam as crianças, jovens e adultos. Trata-se de recursos que são mais atrativos, pois se dirigem a questões afetivas da aprendizagem.

Com isso a escola tradicional, onde o professor é o único a transmitir o saber, acaba perdendo lugar no interesse dos acadêmicos. Moran(2006) considera um desafio pedagógico a dificuldade do professor de prender a atenção de um acadêmico que está acostumado com computadores, MP4 etc, tecnologias que contaminam a atenção de várias pessoas. Ficar em sala ouvindo o professor explicar o conteúdo parece uma punição diante das novidades do computador, por exemplo. É um desafio para o professor envolver a atenção dos acadêmicos nos conteúdos.

Diversificar a metodologia de ensino, utilizando as Novas Tecnologias da Informação e Comunicação (NTIC) em sala de aula é uma opção satisfatória, pois pode contribuir para promovermos a interação entre os acadêmicos, além de contribuir para contextualizar, visualizar conteúdos que seriam apenas comentados pelo professor.

Desta forma, é importante pensarmos na utilização de NTIC de maneira a contribuir para o professor continuar sendo extremamente importante. No entanto ele não será o único a ensinar o conteúdo. Haverá troca de conhecimentos e interação entre acadêmicos, acadêmicos e professores. O acadêmico deixa de ser somente ouvinte e passa a se interessar pelo aprendizado do conteúdo.

Pensar nestes recursos em ambientes de ensino-aprendizagem, de acordo com Moran (2000, p.18), é pensar que o,

educador continua sendo importante, não como informador nem como papagaio repetidor de informações prontas, mas como mediador e organizador de processos. O professor é um pesquisador – junto com os alunos – e articulador de aprendizagem ativas um conselheiro de pessoas diferentes, um avaliador dos resultados, O papel dele é mais nobre, menos repetitivo e mais criativo do que na escola convencional.

Nesta perspectiva, é importante destacarmos o papel do Professor como Mediador do processo, no sentido de estar favorecendo a utilização dos recursos tecnológicos para valorizar a abstração dos conceitos tratados durante a aula.

Compreender o papel do professor como um mediador diante dos novos recursos tecnológicos é uma pedra angular para pensarmos em estratégias que valorizem a construção do conhecimento na Educação Matemática e é o que estaremos tentando propor neste trabalho.

Propomos o uso do computador, através do MS - EXCEL, para que o acadêmico possa visualizar os gráficos das funções trigonométricas. O próprio acadêmico, com o auxílio do professor, estará descobrindo as diferenças nos gráficos através das alterações dos coeficientes das funções. O acadêmico construirá seu próprio conhecimento. Dessa maneira, a aula se torna mais atraente e mostra que a matemática também pode ser trabalhada com as tecnologias, neste caso, o computador.

Pensar nos recursos de informática para o ensino de trigonometria nos faz pensar em um estudo de possibilidades que valorizem propostas de experimentação e elaboração de hipóteses. Pensando nisto, direcionamos nossa atenção para o uso do MS – Excel, por se tratar de um aplicativo do pacote office, fácil de ser encontrado em laboratórios de informática.

Desta forma, faremos uma descrição da elaboração dos procedimentos, utilizando funções do MS-Excel, para montagem dos gráficos, destacando as características de cada ferramenta utilizada e as particularidades dos gráficos das funções trigonométricas.

#### 4. Utilizando o Microsoft Office Excel com funções trigonométricas

O Microsoft Office Excel-MS Excel é um programa de [planilha eletrônica](#) escrito e produzido pela Microsoft para computadores usando o sistema operacional [Microsoft Windows](#) sendo, portanto, um aplicativo de fácil acesso a todos computadores. Devido à facilidade de acesso, fica mais fácil trabalhar com o MS-EXCEL em sala de aula pois a maioria dos alunos já conhecem suas funções, dispensando, portanto, a necessidade de aulas somente para apresentação do software.

Conhecendo as funções do MS-EXCEL, faz-se necessário relatar os processos, escolhas e argumentos utilizados na elaboração da planilha. Para iniciar a elaboração da planilha descrevemos o termo geral de cada função:

Função seno:

$$f(x) = a \cdot \text{sen}(b \cdot x) + c$$

Função cosseno:

$$f(x) = a \cdot \text{cos}(b \cdot x) + c$$

Função tangente

$$f(x) = a \cdot \text{tan}(b \cdot x) + c$$

Em cada termo geral temos a influência dos coeficientes (a, b e c), sendo estes de grande importância no estudo do comportamento da função. Assim, temos uma tabela de entrada de dados, onde o usuário insere apenas os coeficientes da função e a partir daí irá analisar o gráfico e a tabela de valores para compará-la com outras funções. Para efeito de comparação, da visualização do gráfico, foram criadas mais duas tabelas que permitem ao usuário entrar com três funções diferentes e

analisar as relações entre elas. A tabela de entrada de dados está representada na figura 1 abaixo.

Figura 1: tabela de entrada de dados, onde são inseridos os coeficientes das funções.

Fonte: MS-EXCEL

COEFICIENTES		
a	b	c
1	1	0

COEFICIENTES		
a	b	c
2	0,5	0

COEFICIENTES		
a	b	c
3	0,25	0

Após a entrada dos coeficientes, temos uma célula que permite ao usuário visualizar a função que acabou de inserir, isto é, permite a visualização da lei matemática que descreve essa função com o intuito de fazer alterações na lei, se necessário.

A célula de visualização da lei, ficou assim:

Figura 2: tabela de visualização dos dados após a entrada dos coeficientes.

Fonte: MS-EXCEL

a	b	c
1	1	0
$y = \sin x$		

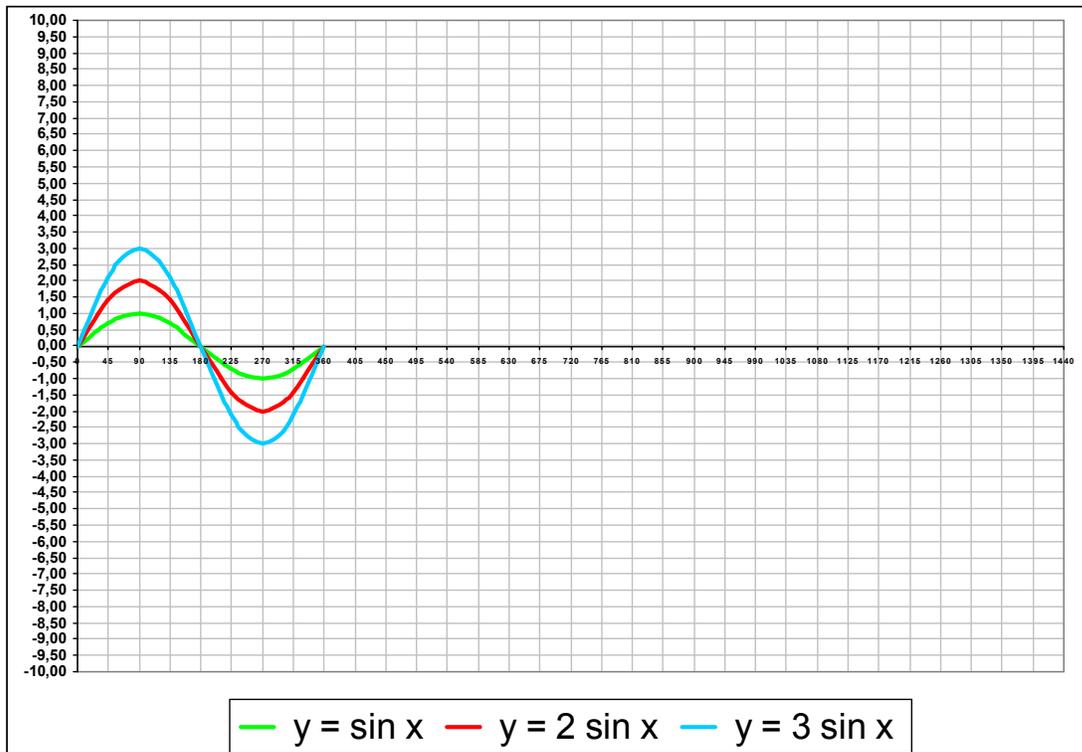
a	b	c
2	1	0
$y = 2 \sin x$		

a	b	c
3	1	0
$y = 3 \sin x$		

E logo abaixo, os gráficos com suas respectivas leis de formação e cor da tabela de entrada dos coeficientes:

Figura 3: visualização dos gráficos após a entrada dos coeficientes.

Fonte: MS-EXCEL



## 5. Conteúdos de trigonometria

### 5.1. Arcos e ângulos

Para entender a importância da trigonometria inicialmente poderá ser trabalhado os conceitos e a relação entre unidades. As duas unidades utilizadas são:

- Graus ( símbolo  $^{\circ}$  ) : quando se divide uma circunferência em 360 partes congruentes, onde cada uma dessas é um arco que corresponde ao que se chama de graus.
- Radiano: é um arco unitário cujo comprimento é igual ao raio da circunferência que contem o arco medido.

É necessário que o aluno saiba a relação entre graus e radianos, pois o MS – Excel, só trabalha com o ângulo em radianos. No entanto, o acadêmico fará a inserção do ângulo em graus. Foi criada uma coluna que automaticamente transformará

para radianos. O detalhe é que a transformação se dá com 16 casas decimais para o número Pi ( $\pi$ ), diferentemente da transformação do aluno, que normalmente trabalha com 02 casas decimais.

Para transformar de graus para radianos, ou vice versa, usa-se o seguinte procedimento:

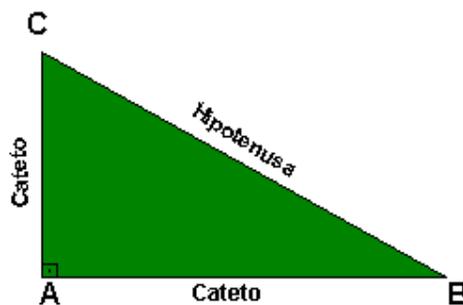
Sabe-se que a circunferência completa corresponde a  $360^\circ$  ou  $2\pi$  radianos, uma semicircunferência corresponde a  $180^\circ$  ou  $\pi$  radianos. A transformação pode ser feita usando a regra de três simples.

## 5.2. Relações trigonométricas no triângulo retângulo

### Catetos e Hipotenusa

Em um triângulo chamamos o lado oposto ao ângulo reto de **hipotenusa** e os lados adjacentes de **catetos**.

Observe a figura:

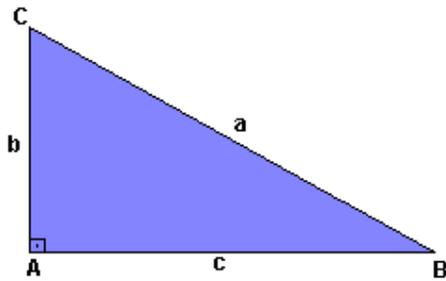


Hipotenusa:  $\overline{BC}$

Catetos:  $\overline{AC}$  e  $\overline{AB}$

### Seno, Cosseno e Tangente

Considere um triângulo retângulo  $BAC$ :



Hipotenusa:  $\overline{BC}$ ,  $m(\overline{BC}) = a$ .

Catetos:  $\overline{AC}$ ,  $m(\overline{AC}) = b$ .

$\overline{AB}$ ,  $m(\overline{AB}) = c$ .

Ângulos:  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

Tomando por base os elementos desse triângulo, podemos definir as seguintes razões trigonométricas:

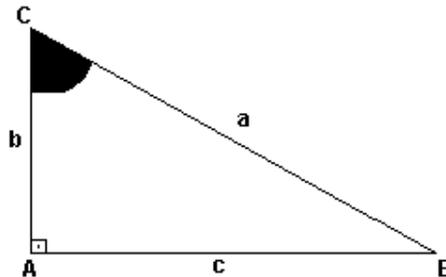
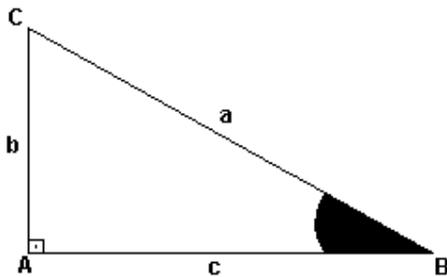
- **Seno** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\text{Seno} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Assim:

$$\text{sen } \hat{B} = \frac{b}{a}$$

$$\text{sen } \hat{C} = \frac{c}{a}$$

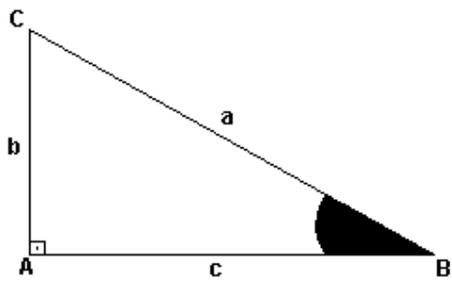


- **Cosseno** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

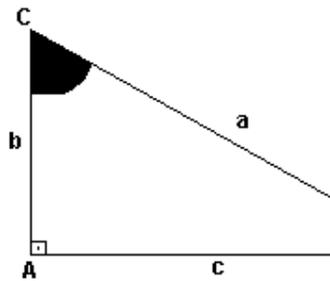
$$\text{Cosseno} = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Assim:

$$\cos \hat{B} = \frac{c}{a}$$



$$\cos \hat{C} = \frac{b}{a}$$



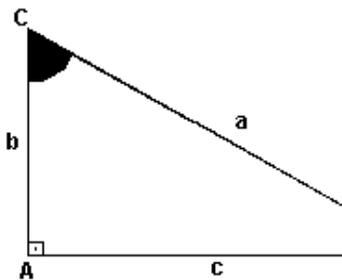
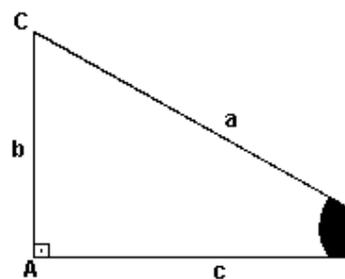
- **Tangente** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente a esse ângulo.

$\text{Tangente} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$
--

Assim:

$$\text{tg } \hat{B} = \frac{b}{c}$$

$$\text{tg } \hat{C} = \frac{c}{b}$$



### 5.3. Funções Trigonômétricas

Para analisar as principais características de uma função deve-se compreender a importância dos coeficientes de cada função. No caso das funções trigonométricas serão descritos a seguir os termos gerais de cada função:

$$\text{a) } f(x) = a \cdot \text{sen}(bx + c) + d$$

$$\text{b) } f(x) = a \cdot \text{cos}(bx + c) + d$$

$$\text{c) } f(x) = a \cdot \text{tan}(bx + c) + d$$

$$\text{d) } f(x) = a \cdot \text{sec}(bx + c) + d$$

$$\text{e) } f(x) = a \cdot \text{cossec}(bx + c) + d$$

$$\text{f) } f(x) = a \cdot \text{cotan}(bx + c) + d$$

Inicialmente trabalharemos com os termos gerais em função de apenas três coeficientes (a,b,c) descritos a seguir:

$$\text{a) } f(x) = a \cdot \text{sen}bx + c$$

$$\text{b) } f(x) = a \cdot \text{cos}bx + c$$

$$\text{c) } f(x) = a \cdot \text{tan}bx + c$$

$$\text{d) } f(x) = a \cdot \text{sec}bx + c$$

$$\text{e) } f(x) = a \cdot \text{cossec}bx + c$$

$$\text{f) } f(x) = a \cdot \text{cotan}bx + c$$

Para montar uma função na planilha basta apenas entrar com os coeficientes da função que em seguida estará descrita assim como o seu gráfico. Os coeficientes serão trabalhados da seguinte forma:

Exemplos:

$$\text{a) } f(x) = \text{sen}x \text{ os coeficientes são: } a = 1; b = 1; c = 0$$

$$\text{b) } f(x) = 2\text{cos}\frac{x}{2} - 3 \text{ os coeficientes são: } a = 2; b = \frac{1}{2} = 0,5; c = -3$$

## 6. Contextualização da trigonometria em várias áreas do saber no ensino superior

É empregada na mecânica, na eletricidade, na música, na navegação, na aviação, na topografia e indispensável à engenharia e à física.

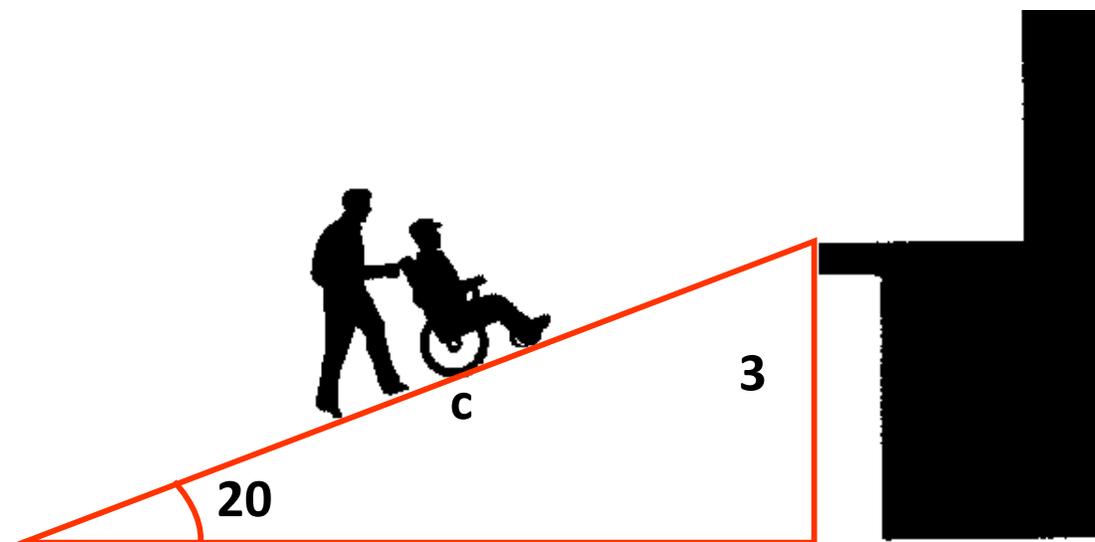
É aplicada em gráficos de áreas biomédicas: frequência cardíaca, hipertensão, ultrassom, tomografia e outras.

Vejamos alguns exemplos:

01)

Figura 04

Fonte: DANTE, 2005, p145.



**Sabendo que a altura da rampa em relação ao chão é de 3 metros, qual o comprimento dessa rampa?**

Utilizando a relação seno e considerando o valor do ângulo de  $\text{Seno } 20^\circ = 0,342$ , o acadêmico encontrará o comprimento da rampa.

Resolução

Sabendo que  $\text{Seno} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$  e  $\text{seno } 20^\circ = 0,342$  temos:

$$0,342 = \frac{3}{c} \quad \text{logo } 0,342c = 3 \quad \text{então } c = 8,77$$

c

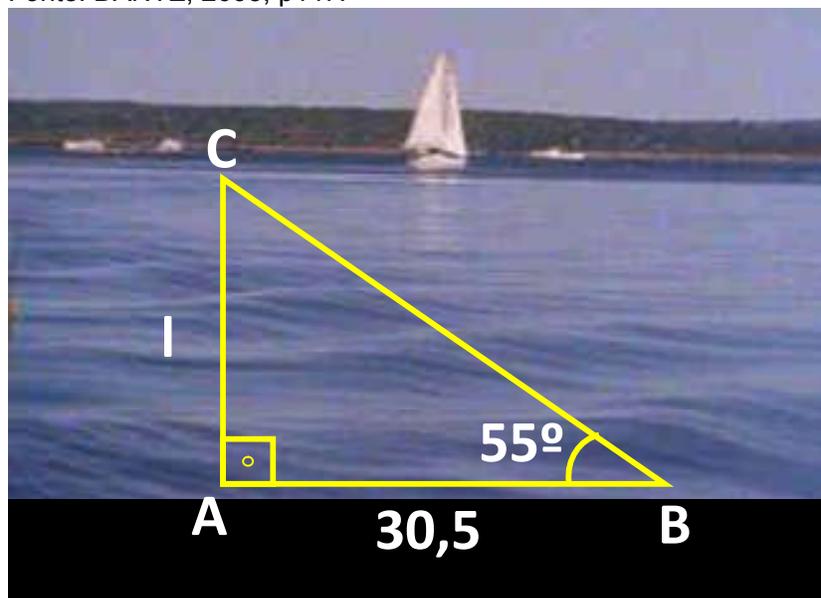
Lembrando que c é o comprimento da rampa, temos que o comprimento é de 8,77 metros.

**02)**

Abaixo temos um esquema que foi feito, por profissionais, para saber a largura(A – C) de um rio.

Figura 05

Fonte: DANTE, 2005, p147.



Sabendo que a distância A – B = 30,5 metros. Utilizando a relação tangente, e considerando o valor do ângulo de  $\text{tg } 55^\circ = 1,428$ , o acadêmico encontrará a largura do rio.

Resolução

Sabendo que  $\text{Tangente} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$  e  $\text{tangente } 55^\circ = 1,428$  temos:

$$1,428 = \frac{l}{30,5} \quad \text{logo } l = 30,5 \times 1,428 \quad \text{então } l = 43,554$$

Lembrando que  $l$  é a largura do rio, temos que a largura é de 43,554 metros.

**03)**

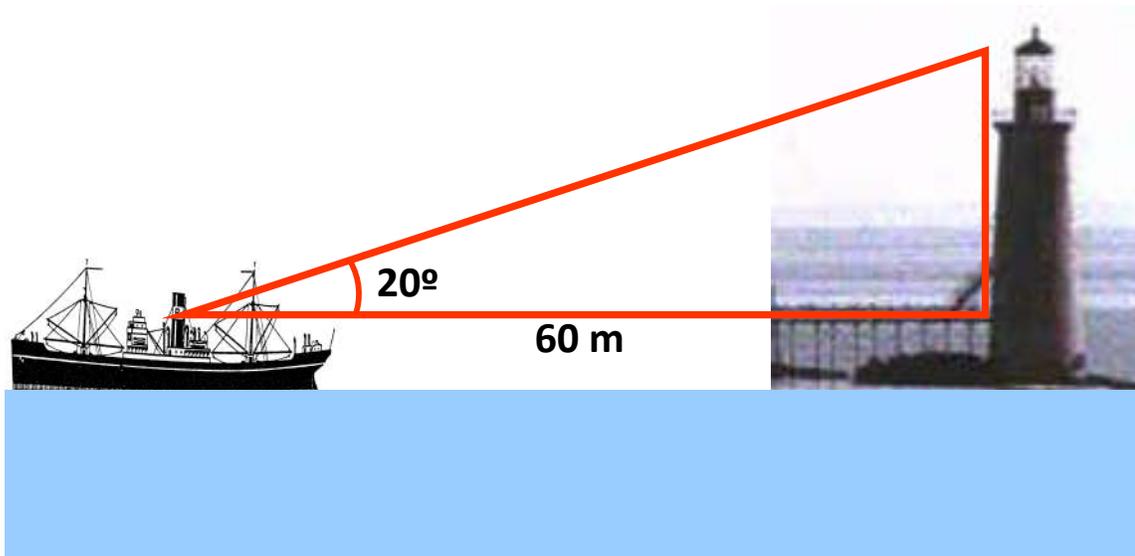
Um navio se encontra a 60 m de um farol. Calcule a altura desse farol, que é visto de um ponto de observação de navio, sob um ângulo de  $20^\circ$ .

Lembrete:  $\text{tangente de } 20^\circ = 0,364$

Utilizando a relação tangente e considerando o valor do ângulo de  $\text{tg } 20^\circ = 0,364$ , o acadêmico encontrará a altura do farol.

Figura 06

Fonte: DANTE, 2005, p147.



Resolução

Sabendo que  $\text{Tangente} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$  e  $\text{tangente } 20^\circ = 0,364$  temos:

$$0,364 = \frac{a}{60} \quad \text{logo } a = 60 \times 0,364 \quad \text{então } a = 21,84$$

Lembrando que  $a$  é altura do farol, temos que altura é de 21,84 metros.

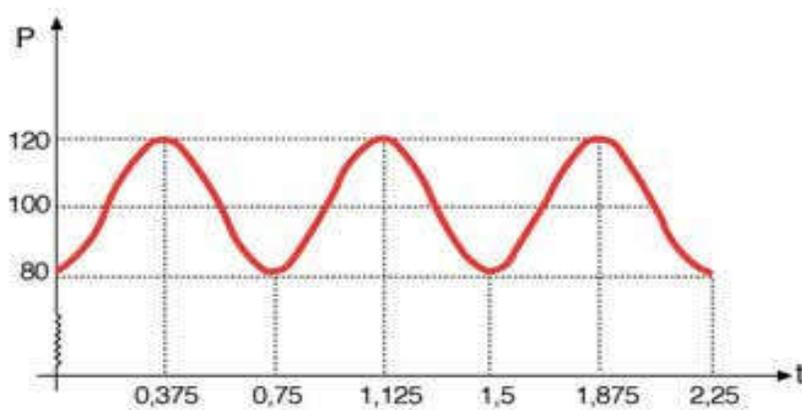
**04)**

Um exemplo de relação que pode ser modelada por uma função trigonométrica é a variação da pressão nas paredes dos vasos sanguíneos de um certo indivíduo em função do instante de coleta dessa medida. O gráfico indicado abaixo representa uma investigação desse tipo onde se analisa a situação clínica de um paciente, sendo  $P$  a pressão nas paredes dos vasos sanguíneos (em milímetros de

mercúrio: mmHg) e t o tempo (em segundos). Em geral, a pressão indicada no gráfico obedece um ciclo, sendo que cada ciclo completo equivale a um batimento cardíaco. Note por meio do gráfico que ocorre um ciclo completo a cada 0,75 segundos, o que implica dizer que a frequência cardíaca do indivíduo avaliado é de 80 batimentos por minuto. Usando a função cosseno para modelar a regularidade retratada pelos dados, podemos encontrar sua formulação a partir do gráfico.

Figura 07

Fonte: Folha de S.Paulo-09/10/2007- Fovest pág.06



Outros exemplos de gráficos de funções trigonométricas podem ser obtidos através do ciclo menstrual das mulheres, do monitoramento da frequência cardíaca, da pressão arterial, das fases da lua, do fenômeno das marés e outros.

Ao finalizar a aula sobre trigonometria o professor pode solicitar aos alunos que façam comparação de vários gráficos com os apresentados, contextualizando com sua área do saber, promovendo uma discussão com os resultados obtidos, levando-os a compreender as variações e relações que ocorrem em cada função individualmente, e, em seguida, compará-las em conjunto.

## Conclusão

Ao verificar como a Trigonometria se desenvolveu ao longo dos anos, percebe-se que demoraram séculos para chegar na abordagem aplicada em sala de aula atualmente. Ela trouxe contribuições importantes para o desenvolvimento da Astronomia, Agrimensura e Navegação.

Desta forma, este trabalho, ao fazer uma análise do percurso histórico, busca, também aproximar os conceitos de Trigonometria da realidade que vivemos hoje ao utilizarmos as Tecnologias em ambientes educacionais.

Vimos neste trabalho que os gráficos de funções trigonométricas podem ser trabalhados através de uma metodologia mais atraente e motivadora, possibilitando uma aprendizagem significativa do referido assunto.

Outro fator importante foi perceber que a abordagem do surgimento e desenvolvimento da trigonometria, conseqüentemente funções trigonométricas, pode possibilitar o ensino deste conteúdo através da contextualização histórica aliada às possibilidades que temos hoje.

As propostas apresentadas portanto, são apenas indicações a serem pensadas e que podem ser alteradas conforme as características dos ambientes de ensino-aprendizagem que forem utilizá-las, levando em consideração o perfil dos acadêmicos, disponibilidades de recursos das instituições de ensino e do perfil do docente.

## Referências Bibliográficas

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Tradução Elza F. Gomide, Editora Edgar Blücher Ltda, Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

CORTELLA, M. S. *A Escola e o Conhecimento: fundamentos epistemológicos e políticos*. São Paulo, Cortez Editora, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*. Série Novo Ensino Médio. Volume Único. São Paulo. Editora Ática, 2005.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues, São Paulo, Editora da UNICAMP, 1995.

KENNEDY, Edwards. *Tópicos de História da Matemática para Uso em Sala de Aula*. Volume 5: Trigonometria, trad. de Hygino H. Domingues. São Paulo. Editora Atual Ltda, 1992.

MARCONDES, Carlos Alberto, GENTIL, Nelson, SÉRGIO, Emílio Greco. *Matemática*. Série Novo Ensino Médio. Volume Único. São Paulo. Editora Ática, 2004.

MORAN, José Manuel, MASETTO, Marcos e BEHRENS, Marilda. *Novas tecnologias e Mediação Pedagógica*. 12<sup>a</sup> ed. Campinas: Papirus, 2000.

RIVERA, Luz M. A História da Trigonometria. Disponível em: <http://ponce.inter.edu/cremc/trigonometria.htm>. Acessado em 20/julho/2010.

