

FACULDADE CATÓLICA DE ANÁPOLIS  
INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM DOCÊNCIA UNIVERSITÁRIA

**VANESSA BUENO DORNELAS**

**NÚMERO ÁUREO: PROPOSTAS DE ESTUDO PARA CURSOS DE  
GRADUAÇÃO**

ANÁPOLIS  
2011

VANESSA BUENO DORNELAS

**NÚMERO ÁUREO: PROPOSTAS DE ESTUDO PARA CURSOS DE  
GRADUAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Pós-graduação em Docência Universitária da Faculdade Católica de Anápolis como exigência para obtenção do título de especialista em Docência Universitária sob orientação da professora MSc. Maria Inácia Lopes.

ANÁPOLIS

2011

**VANESSA BUENO DORNELAS****NÚMERO ÁUREO: PROPOSTAS DE ESTUDO PARA CURSOS  
DE GRADUAÇÃO**

Trabalho monográfico submetido à aprovação da banca da Faculdade Católica de Anápolis, composta pelos seguintes membros:

---

MSc. MARIA INÁCIA LOPES  
FACULDADE CATÓLICA DE ANÁPOLIS  
ORIENTADORA

---

MSc. ANTÔNIO FERNANDES DOS ANJOS  
CONVIDADO

---

MSc. MARIA JUSSARA LOPES  
CONVIDADA

Aprovado em \_\_\_\_\_ Nota \_\_\_\_\_

À Deus, Grande Matemático do Universo, pela concessão de toda a capacidade de raciocínio, habilidades e inteligência para que o presente trabalho pudesse se tornar uma realidade e por dar-me a possibilidade de trabalhar na comprovação de uma das mais belas obras de suas mãos: A matemática presente a nossa volta.

Aos meus pais, por todo o apoio concedido nos momentos de maior dificuldade. Toda realização na vida de um homem é reflexo da sua estrutura familiar.

À professora orientadora Maria Inácia Lopes pela dedicação e paciência no decorrer da realização do trabalho.

Aos meus amigos e ao meu marido, por mostrarem-se companheiros nos momentos de que mais necessitei deles e de suas experiências e que, hoje, apresentam-se como pessoas essenciais em minha vida.

*Pode parecer surpreendente que a sensibilidade deva ser apresentada simultaneamente com as demonstrações matemáticas, as quais, parece-me, podem interessar somente ao intelecto. Mas não, se tivermos em mente o senso da beleza matemática, da harmonia e das formas e da elegância geométrica. Ela é uma sensação estética real que todos os matemáticos verdadeiros reconhecem, e esta é a verdadeira sensibilidade... As combinações úteis são precisamente as mais belas; refiro-me àquelas que mais podem encantar aquela sensibilidade especial que todos os matemáticos conhecem, mas, acerca das quais, os leigos são tão ignorantes que, muitas vezes, ficam tentados a rir delas.*

*Poincaré*

## Resumo

O Número Áureo é uma agradável e harmoniosa proporção, resultado da razão entre duas medidas. O presente trabalho tem a finalidade de apresentar o conceito, a história e as aplicações do Número Áureo, bem como propostas de estudo a determinados cursos de graduação. Este segue com observações feitas ao realizar-se uma pesquisa com alunos dos cursos de Biologia da Universidade Estadual de Goiás, de Medicina da Unievangélica e da área de estudo de Artes da Escola de Artes de Anápolis Oswaldo Verano, no qual foram entrevistados 54 alunos que responderam anonimamente sobre perguntas pré-elaboradas a respeito da importância do Número Áureo em atividades de suas respectivas áreas. Após a análise das respostas, percebeu-se que apenas os alunos da área de estudo de Artes utilizam frequentemente a Razão Áurea, uma vez que estes se mostraram motivados por seus professores. Os alunos de medicina mostraram-se bastante interessados no conteúdo, porém ficou evidente que sua utilização não ocorre em sala de aula, e finalmente os alunos de biologia mostraram, em sua maioria, desconhecer o conteúdo.

**Palavras-chave:** Número Áureo. Espiral Logarítmica. Sequência de Fibonacci. Cursos superiores. Proposta de estudo.

## Lista de Ilustrações

Ilustração 1 – Demonstração da Razão Áurea segundo Euclides .....	03
Ilustração 2 – Demonstração da Razão Áurea no pentagrama .....	03
Ilustração 3 – Razão Áurea nos Sólidos Platônicos .....	05
Ilustração 4 – Pentágono e Triângulo Áureo .....	06
Ilustração 5 – Retângulo Áureo .....	07
Ilustração 6 – Espiral Logarítmica .....	07
Ilustração 7 – Construção da Espiral Logarítmica .....	08
Ilustração 8 – Presença do Número Áureo em animais .....	09
Ilustração 9 – Espiral Logarítmica em obras naturais .....	09
Ilustração 10 – Presença do Número Áureo no corpo humano .....	10
Ilustração 11 – Aplicações do Número Áureo na arquitetura .....	11
Ilustração 12 – Aplicações do Número Áureo na arte .....	11
Ilustração 13 – Aplicação do número áureo em objetos atuais .....	12
Ilustração 14 – Obra de Leonardo Da Vinci “Homem Vitruviano” .....	13
Ilustração 15 – Razão Áurea em plantas .....	15
Ilustração 16 – Razão Áurea em flores .....	15
Ilustração 17 – Razão Áurea nas esculturas de Apolo e Afrodite .....	16
Ilustração 18 – Razão Áurea nas obras: “Mona Lisa” e “A Última Ceia” .....	17

## Sumário

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	01
<b>2 O NÚMERO ÁUREO</b>	
2.1 Um pouco de história .....	02
2.1.1 Euclides de Alexandria .....	02
2.1.2 Pitágoras .....	03
2.1.3 Platão .....	04
2.1.4 Leonardo Fibonacci .....	05
2.2 Conceito e representações geométricas .....	05
2.2.1 Pentágono e Triângulo Áureo .....	06
2.2.2 Retângulo Áureo .....	06
2.2.3 Espiral Logarítmica .....	07
2.3 A Presença e algumas Aplicações .....	08
2.3.1 Nos animais .....	08
2.3.2 Em obras naturais .....	09
2.3.3 No corpo humano .....	10
2.3.4 Na arquitetura .....	10
2.3.5 Na arte .....	11
2.3.6 Em objetos atuais .....	12
<b>3 UMA PROPOSTA DE ESTUDO</b>	
3.1 Proposta ao Curso de Medicina .....	13
3.2 Proposta ao Curso de Biologia .....	14
3.3 Proposta ao Curso de Artes .....	15
<b>4 O NÚMERO ÁUREO NOS CURSOS SUPERIORES</b>	
4.1 Análise de Dados dos Alunos .....	18
<b>5 CONCLUSÃO</b> .....	25
<b>6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	27
<b>7 ANEXO</b> .....	29



# 1 Introdução

Este trabalho tem a finalidade de mostrar a importância da matemática nos diversos cursos superiores, bem como de incentivar neles o seu estudo. Para alcançar tal objetivo, utilizou-se o estudo do Número Áureo em determinados cursos de graduação, cursos estes que oferecem a oportunidade de se aproveitar e se beneficiar das informações contidas no conteúdo mencionado. Foi realizado através de uma revisão bibliográfica e também de pesquisa de campo.

O trabalho se divide em três capítulos. O primeiro irá falar um pouco da história, das aplicações e da presença do Número Áureo. No segundo capítulo serão feitas propostas de seu estudo para cursos de Medicina, Biologia e Artes Plásticas. O terceiro capítulo desenvolve as observações feitas através das respostas presentes no questionário aplicado aos alunos dos cursos superiores de Medicina da UniEvangélica e de Biologia da Universidade Estadual de Goiás, e também aos alunos da área de estudo de Artes da Escola de Artes Oswaldo Verano, visando conhecer um pouco mais a respeito do conhecimento e aplicação do conteúdo.

O interesse em trabalhar o conteúdo referente ao Número Áureo veio do reconhecimento da falta de interesse dos alunos nos conteúdos matemáticos presentes nos cursos de graduação, necessitando assim, de um trabalho que motive os alunos e promova seu interesse pela matemática. O Número Áureo apresenta-se com uma extrema importância e grande interesse aos discentes, uma vez que sua aplicação vai além de meros conceitos vistos em sala de aula.

A importância, portanto, deste trabalho é mostrar que a matemática se encontra viva e presente, através de conteúdos que às vezes desconhecemos, seja em áreas ligadas à própria matemática ou não.

## 2 O Número Áureo

Neste primeiro capítulo, será mostrado um breve histórico do Número Áureo, e em especial a participação de seus principais mentores. Tratará também de seu conceito e suas representações, assim como as formas nas quais é possível perceber sua presença e aplicação desde a antiguidade até os dias atuais.

### 2.1 Um Pouco de História

Parece que nós, seres humanos, percebemos a beleza ou sentimos a beleza de uma forma quando segue um padrão ou algo que não sabemos definir, que está embutido em nosso ser, provavelmente porque esta forma mantém relações em suas linhas que nos causam essa sensação do belo. ( LUÍZ NETO, 2007)

A descoberta do Número Phi ( $\phi$ ) se deu desde a antiguidade, recebendo, no Século XIX, o título honorífico de “Número Áureo”, “Razão Áurea”, “Seção Áurea” e, no começo do Século XVI, um livro publicado na Itália chegou a nomeá-lo de “Proporção Divina” ou “Razão Divina”.

A origem do nome Phi se deu em homenagem a Phidias (Athenas, 490–Olímpia, 430 a.C.) que recorreu ao número ao realizar grande parte de suas obras. Para relatarmos a história de  $\phi$  primeiramente nos focaremos nos mentores deste belo e surpreendente número.

#### 2.1.1 Euclides de Alexandria

A primeira definição do que vem a ser Razão Áurea se deu por volta de 3000 a.C. pelo fundador da geometria como sistema dedutivo formalizado, Euclides de Alexandria. A Razão Áurea aparece em sua obra *Elementos* em vários lugares. Sua primeira definição (razão extrema e média) é mostrada utilizando a geometria de forma bem simples. Observe a ilustração 1.

**Ilustração 1** – Demonstração da Razão Áurea segundo Euclides


$$\Rightarrow \frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC}$$

FONTE: LÍVIO, 2006

Se a razão do comprimento de AC para o comprimento de CB for igual à razão do comprimento AB para o comprimento AC, então a linha foi cortada na Razão Áurea.

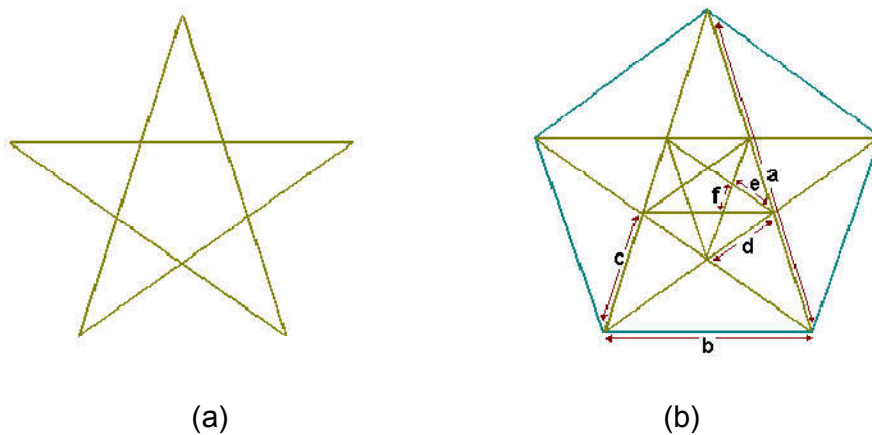
Essa divisão de linhas definida por Euclides pode ter consequências em temas que vão do arranjo de folhas em botânica até a estrutura de galáxias, tendo ligações também com obras ligadas à arte.

### 2.1.2 Pitágoras

É impossível relatar a história do número  $\phi$  sem citar o nome de um dos matemáticos mais conhecidos pelo seu suposto papel no desenvolvimento e aplicação da matemática: Pitágoras (570/571 a.C. - 496/497 a.C.).

Pitágoras deduziu as estreitas relações entre o pentagrama e o pentágono regular, fazendo com que a estrela de cinco pontas fosse utilizada como símbolo da irmandade entre os pitagóricos. Observe a ilustração 2.

**Ilustração 2 – Demonstração da Razão Áurea no pentagrama**



**FONTE:** LÍVIO, 2006

Conectando-se todos os vértices do pentágono por diagonais, obtém-se um pentagrama (ilustração 2a). As diagonais também formam um pentágono menor no centro e as diagonais desse pentágono formam um pentagrama e um pentágono ainda menor (ilustração 2b). Se observarmos os segmentos de linha em ordem decrescente de comprimento (marcados como  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  na ilustração 2b), iremos perceber que cada segmento é menor

que seu antecessor por um fator que é exatamente igual à Razão Áurea. Em outras palavras, a razão entre  $a$  e  $b$  é  $\varphi$ , a razão entre  $b$  e  $c$  é  $\varphi$ , e assim por diante.

### 2.1.3 Platão

Em meio à história do número  $\varphi$ , entra também Platão (428/427 a.C. – 348/347 a.C.), uma das mentes mais influentes da Grécia antiga e da civilização ocidental em geral. Segundo Ferraz (2008), Platão elaborou o pensamento pitagórico, vinculando matemática e misticismo na tentativa de compreensão humana do universo.

Platão está ligado à Seção Áurea por uma importante área: os Sólidos Platônicos. Alguns pesquisadores até sustentam a idéia de que Platão tinha um interesse direto pela Seção Áurea. Quase não há dúvida de que boa parte do trabalho de base que levou à definição e à compreensão da Razão Áurea realizou-se anos anteriores à Academia de Platão em 386 a.C. e durante todo o seu período de funcionamento.

A base para concretização dos teoremas geométricos referentes à Razão Áurea foi investigada até certo ponto pelos pitagóricos e inteiramente por Theaetetus (c. 417 a.C. – c. 369 a.C.) que, segundo a coleção bizantina *Suidas*, foi o primeiro a construir os cinco chamados Sólidos Platônicos (ilustração 3).

A Razão Áurea,  $\varphi$ , desempenha um papel fundamental nas dimensões e propriedades de simetria de alguns Sólidos platônicos. As semelhanças nas simetrias destes sólidos permitem mapeamentos interessantes de um sólido para seu sólido dual ou recíproco.

**Ilustração 3 – Razão Áurea nos Sólidos Platônicos**



FONTE: HIPPLER, 1997

### 2.1.4 Leonardo Fibonacci

Leonardo Fibonacci (Pisa, c. 1170 — c. 1250) ficou conhecido pela aplicação de sua “nova matemática” a uma variedade de problemas que variavam de práticas comerciais até a movimentação de navios.

O papel de Fibonacci na história da Razão Áurea é de extrema importância. Ele foi responsável por expandir drasticamente o escopo da Razão Áurea e suas aplicações. Contudo, sua contribuição mais importante e que mais lhe proporcionou fama deriva de um problema aparentemente inocente do seu livro *Liber Abaci*, referente à procriação de coelhos.

Em seu problema, Fibonacci confirmou a quantidade de coelhos que iriam se procriar a cada mês, sendo que o resultado chegava sempre à sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233,..., na qual cada termo (começando com o terceiro) é igual à soma dos termos anteriores. Esta sequência de números recebeu o nome de “Sequência de Fibonacci” e possui relação direta com a Razão Áurea.

## 2.2 Conceito e Representações Geométricas

Quando não podemos expressar algo em números, nosso conhecimento é de um tipo escasso e insatisfatório. (THOMSON, 1869)

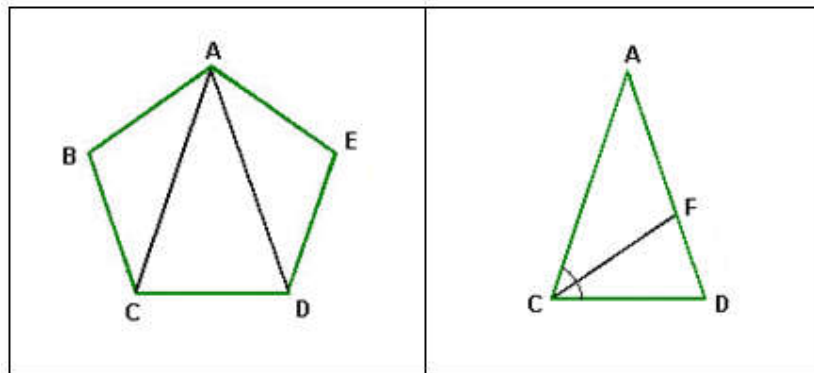
O Número Áureo refere-se a uma proporção que nos fornece uma intrigante mistura de duas acepções: embora seja matematicamente definida, considera-se que revela qualidades consideravelmente harmoniosas.

A Razão Áurea foi calculada com 10 milhões de casas decimais em dezembro de 1996, e seu valor exato é igual a 1,61803398874989484 820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244 9707207204..., sendo um número que nunca termina e nunca se repete. Tal razão é encontrada desde criações da natureza até obras de artes realizadas pelo homem, sendo objeto de estudo de inúmeros matemáticos da antiguidade e até hoje desperta o interesse e a curiosidade de todos aqueles que passam a conhecê-la. É possível identificar a presença e utilizar as aplicações do Número Áureo através de suas formas geométricas. Observe as ilustrações mostradas a seguir.

### 2.2.1 Pentágono e Triângulo Áureo

A construção do pentágono foi realizada por Euclides com a utilização da razão extrema e média. Observe.

**Ilustração 4:** Pentágono e Triângulo Áureo



(a)

(b)

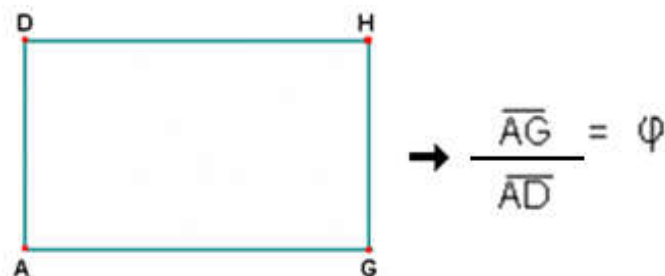
FONTE: LÍVIO, 2006

No pentágono regular (ilustração 4a), a razão entre a diagonal e o seu lado é igual a  $\varphi$ , sendo conhecido, então, com Pentágono Áureo. O triângulo (ilustração 4b), com uma razão  $\varphi$  entre o lado e a base, é conhecido como Triângulo Áureo.

### 2.2.2 Retângulo Áureo

Retângulo Áureo ou de ouro, (ilustração 5), é todo retângulo que apresenta a Razão Áurea entre seus lados, ou seja, dividindo seu comprimento por sua altura obtemos um resultado igual a  $\varphi$ .

**Ilustração 5:** Retângulo Áureo

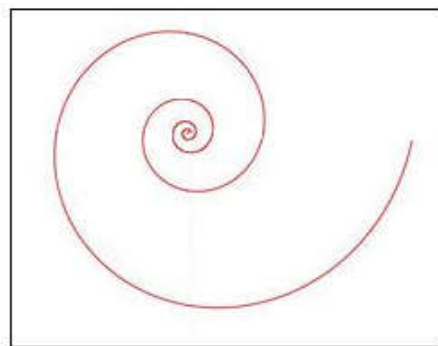


FONTE: LÍVIO, 2006

### 2.2.3 Espiral Logarítmica

Jacques Bernoulli (1654-1705) associou-se à Razão Áurea por meio de uma curva famosa, com um tipo particular no formato de uma espiral (ilustração 6). Esta foi intitulada por Jacques, de *Spira Mirabilis* (Espiral Maravilhosa). A curva, mais conhecida como Espiral Logarítmica (o nome foi derivado da forma como o raio cresce quando nos movemos ao longo da curva no sentido horário) possui como propriedade fundamental a capacidade de não alterar seu formato à medida que seu tamanho se eleva.

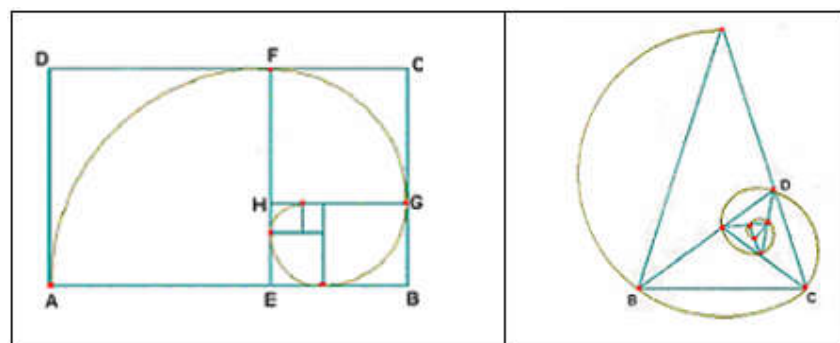
**Ilustração 6 – Espiral Logarítmica**



**FONTE:** LÍVIO, 2006

A Espiral Logarítmica e a Razão Áurea se relacionam por completo. Para obtê-la por meio de construção podemos seguir dois caminhos: através do Retângulo Áureo (ilustração 7a), ou através do Triângulo Áureo (ilustração 7b). Devido sua construção, a Espiral Logarítmica é também uma figura áurea.

**Ilustração 7 - Construção da Espiral Logarítmica**



(a)

(b)

**FONTE:** LÍVIO, 2006

## 2.3 A presença e Algumas Aplicações

É impossível explicar honestamente as belezas contidas nas leis da natureza, de uma forma que as pessoas possam senti-las, sem que elas tenham uma compreensão de matemática. (FEYNMAN, 1958)

A Razão Áurea pode ser observada em inúmeras obras da natureza e também em obras realizadas pelo homem. Desde a antiguidade já existiam provas de que inúmeras construções foram feitas seguindo tal proporção. Botton (2007) afirma que durante anos o homem procurou a beleza perfeita, a proporção ideal. Os gregos criaram então o retângulo de ouro, já os Egípcios fizeram o mesmo com as pirâmides. Vejamos então, onde o encontramos.

### 2.3.1 Nos animais

- a) a proporção em que cresce o raio do interior da concha do caramujo *Nautilus*, se obtém uma Espiral Logarítmica (ilustração 8a);
- b) o formato do corpo da estrela do mar apresenta-se como um pentagrama (ilustração 8b);
- c) as proporções do corpo de algumas espécies de formigas seguem exatamente a Razão Áurea;
- d) alguns pássaros possuem a curvatura da cabeça seguindo o padrão da Espiral Logarítmica (ilustração 8c);
- e) a Sequência de Fibonacci aparece na árvore genealógica de abelhas fêmeas e machos de qualquer colmeia;
- f) a Espiral Logarítmica aparece no formato do voo dos gaviões como estratégia na captura de alimento.

**Ilustração 8** - Presença do Número Áureo em animais



(a)

(b)

(c)

FONTE: BERDAN, 2004



### 2.3.2 Em obras naturais

- a) nossa galáxia descreve o formato da Espiral Logarítmica (ilustração 9a);
- b) o número de caminhos em que ocorre a reflexão da luz em placas de vidro segue a Sequencia de Fibonacci;
- c) em ciclones, o padrão que segue é aproximadamente o de uma Espiral Logarítmica (ilustração 9b);
- d) a Sequência de Fibonacci apresenta-se no ciclo lunar.

**Ilustração 9 – Espiral Logarítmica em obras naturais**



(a)



(b)

FONTE: LINO, 2010

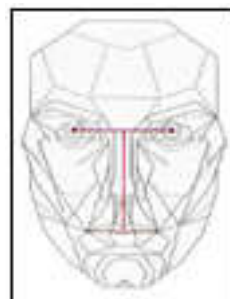
### 2.3.3 No corpo humano

- a) a orelha e o embrião descrevem o formato da Espiral Logarítmica;
- b) os dedos da mão (ilustração 10a) e também a face humana (ilustração 10b) apresentam a Razão Áurea entre suas proporções;
- c) a razão entra a medida do antebraço e as mãos também seguem a Razão Áurea (entre outras inúmeras proporções presentes no corpo humano, mostradas no item 3.1).

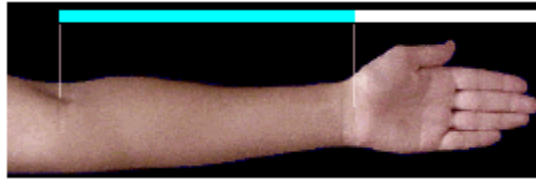
**Ilustração 10 - Presença do Número Áureo no corpo humano**



(a)



(b)



(c)

FONTE: BERDAN, 2004

Seria quase impossível citar todas as aplicações da Razão Áurea, afinal, maior parte dos artistas recorreu a ela para realizar seus trabalhos. Sendo assim, serão mostradas a seguir apenas algumas situações em que podemos perceber sua ocorrência. Vejamos algumas de suas aplicações.

#### **2.3.4 Na arquitetura**

- a) no Egito, podemos destacar a presença de  $\phi$  nas proporções de pirâmides (ilustração 11a) e monumentos egípcios;
- b) na Grécia Antiga foi comprovado que a Razão Áurea aparece nas dimensões do Partenon (ilustração 11b).

#### **Ilustração 11 - Aplicações do Número Áureo na arquitetura**



(a)



(b)

FONTE: BERDAN, 2004

#### **2.3.5 Na arte**

- a) a Proporção Divina foi utilizada por Piero della Francesca (c. 1416 – 1492) ao pintar “*O Batismo de Cristo*” (ilustração 12a);
- b) Giotto di Bondone (1267 – 1337) também recorreu à proporção ao pintar “*Madonna Ognissanti*” (ilustração 12b);

- c) considerado um dos maiores gênios da história da humanidade, Leonardo Da Vinci (1452 – 1519) utilizou o Número Áureo ao realizar grande parte de seus trabalhos, como por exemplo, “*Leda e o Cisne*” (ilustração 12c);
- d) assim como Da Vinci, Michelangelo era um amante da cultura pagã e utilizou também a Divina Proporção em suas obras como em “*Vênus*” (ilustração 12d) e “*Genesis*” (ilustração 12e).

### Ilustração 12 – Aplicação do Número Áureo na arte



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

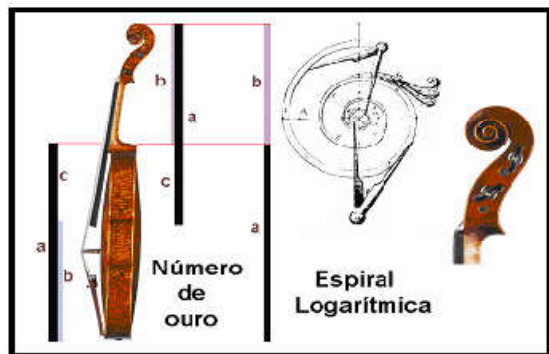
FONTE: LAURO, 1999

#### 2.3.6 Em Objetos Atuais

- a) alguns instrumentos musicais seguem a Proporção Áurea ao serem construídos, descrevendo também Espirais Logarítmicas em locais propícios que evidenciam sua beleza, valorizando-os ainda mais (ilustração 13a);

- b) vários projetistas procuraram utilizar a Proporção Divina em suas criações. A razão aparece, por exemplo, entre o comprimento e a largura de um cartão de crédito, alguns livros e fotos reveladas;
- c) algumas calotas de rodas no formato de pentagrama chamam mais a atenção nos carros, dando a impressão de belo;
- d) o pingente (ilustração 13b) evidencia sua beleza ao apresentar a Espiral Logarítmica em seu formato.

**Ilustração 13 - Aplicação do Número Áureo em objetos atuais**



(a)



(b)

**FONTES: BERDAN, 2004**

### 3 UMA PROPOSTA DE ESTUDO

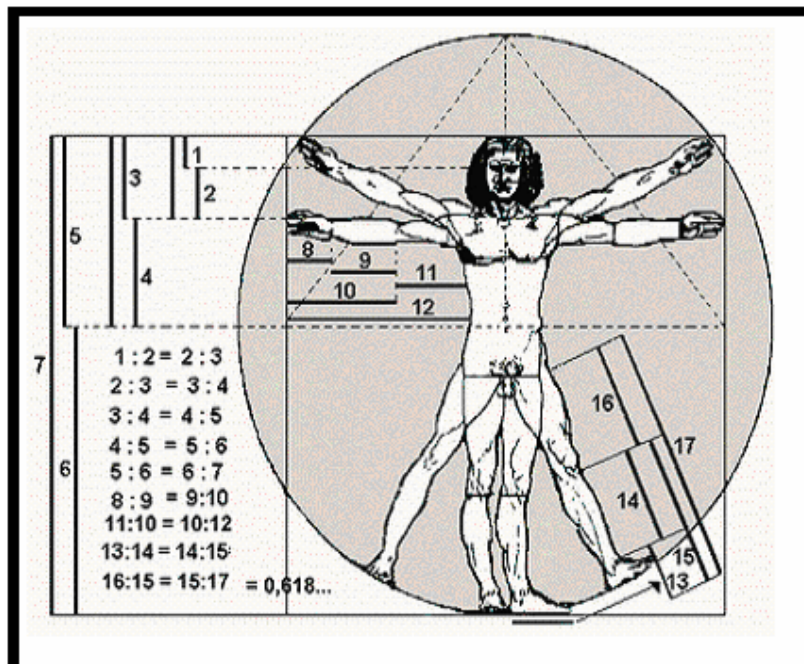
A ideia de se propor um estudo do Número Áureo em cursos superiores, veio do desejo de motivar os alunos, os quais se tornarão futuros profissionais, a perceberem a presença da matemática em conteúdos que eles sequer imaginavam. A proposta de estudo pode ser direcionada a vários cursos, porém neste trabalho iremos tratar, em especial, sobre três deles.

#### 3.1 Uma Proposta ao curso de Medicina

O professor do curso de Medicina poderia, em suas aulas de anatomia humana, demonstrar aos alunos todas as proporções presentes no corpo humano nas quais segue a Razão Áurea podendo, até mesmo como Leonardo Da Vinci, utilizar cadáveres para proceder com a comprovação.

Para isto, o professor utilizaria uma das mais famosas interpretações gráficas de Marco Vitruvius, e atualmente difundida por Leonardo Da Vinci: “Homem Vitruviano” (ilustração 14). A obra representa bem todas as razões entre as medidas do corpo humano que seguem a Proporção Áurea. Observe a ilustração abaixo.

**Ilustração 14** – Obra de Leonardo Da Vinci “Homem Vitruviano”



FONTE: SODRÉ e TOFFOLI, 2005

A Razão Áurea aparece nas proporções do corpo humano ao dividirmos:

- a) a medida do (pescoço) externo aos olhos e dos olhos ao alto da cabeça;
- b) a medida do (pescoço) externo até o alto da cabeça e a altura do (pescoço) externo aos olhos;
- c) a medida do umbigo até o pescoço (externo) e a altura do (pescoço) externo até o alto da cabeça;
- d) a medida dos pés ao umbigo e a medida do umbigo até o alto da cabeça;
- e) a altura do corpo humano e a medida do umbigo ao chão;
- f) a medida do cotovelo ao início da palma da mão e a medida do início da palma da mão até a ponta dos dedos;
- g) a medida dos ombros ao cotovelo e a medida do cotovelo ao início da palma da mão;
- h) a medida do cotovelo à ponta dos dedos e a medida do ombro ao cotovelo;
- i) a medida do ombro à ponta dos dedos e a medida do cotovelo à ponta dos dedos;
- j) a medida do tornozelo ao joelho e a medida do tornolezo ao chão;
- k) a medida do quadril ao joelho e a medida do joelho ao tornozelo;
- l) a medida do joelho ao chão e a medida do quadril ao joelho;
- m) a medida do quadril ao chão e a medida do joelho ao chão.

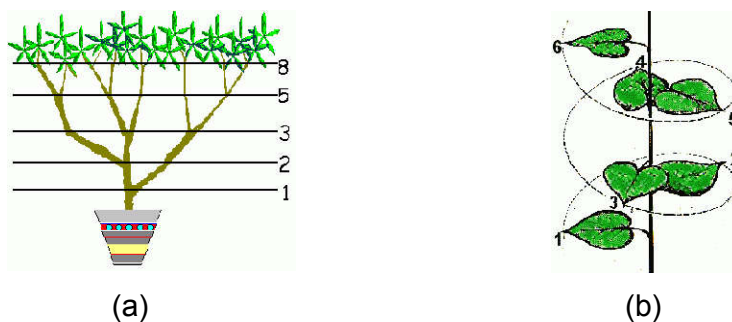
### 3.2 Uma Proposta ao Curso de Biologia

O professor poderia chamar atenção para a presença da Razão Áurea, juntamente com suas representações, em inúmeros pontos da natureza. Nas aulas de botânica, o professor poderia:

- a) mostrar que certas plantas apresentam o número de Fibonacci no crescimento de seus galhos, como na planta *Achillea ptarmica* (ilustração 15a) e também nos arranjos de folhas - *Filotaxia* (ilustração 15b);
- b) a proporção em que aumenta o diâmetro das espirais de sementes de um girassol é exatamente a Razão Áurea;
- c) a casca do abacaxi é formada, em cada camada hexagonal, por três Espirais Logarítmicas diferentes;



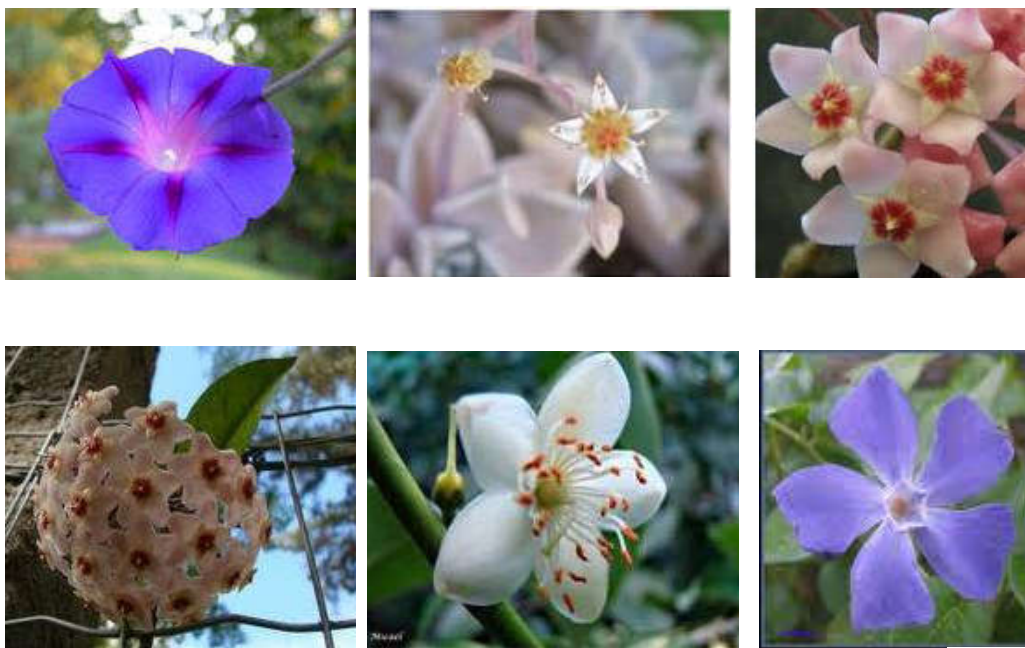
### Ilustração 15 – Razão Áurea em plantas



FONTE: SODRÉ e TOFFOLI, 2005

d) várias espécies de flores possuem o formato ou o desenho de um pentagrama, deixando-as com a impressão de mais belas (ilustração 16).

### Ilustração 16 – Razão Áurea em flores



FONTE: SODRÉ e TOFFOLI, 2005

### 3.3 Uma Proposta ao Curso de Artes

Sendo a mais bela de todas as deusas, Afrodite foi representada em diversas obras de arte gregas. Ela era considerada o ideal da beleza feminina na Grécia antiga. Apolo representava o ideal de beleza masculino. Os artistas esculpam a deusa com traços humanos perfeitos, distanciando-na cada vez mais de uma representação divina. (Revista virtual, 2010)

É impossível negar que seria de extrema importância o professor do curso de Artes Plásticas apresentar a seus alunos as inúmeras aplicações do Número Áureo em toda a história da arte, desde a antiguidade até os dias atuais.

Como já foi dito nos capítulos anteriores, os principais artistas, tal como Da Vinci, Giotto di Bondone e Michelangelo, recorreram à tal proporção para criar praticamente todas as suas obras. Uma proposta ao professor do curso de Artes Plásticas seria utilizar os tópicos abaixo e mostrar como a Razão Áurea era utilizada por estes grandes artistas, e em seguida, incentivar os alunos a também recorrerem a ela quando forem realizar suas pinturas ou criações artísticas.

Muitas esculturas apresentam também as proporções mostradas no item 3.1. Apolo e Afrodite (ilustração 17) são os exemplos mais concretos disto: Ambos foram criados seguindo a Proporção Divina em exatamente todas as suas medidas corporais e ambos são também a maior representação da beleza masculina e feminina, respectivamente.

**Ilustração 17 - Razão Áurea nas esculturas de Apolo e Afrodite**



**FONTE:** LAURO, 1999

Considerada como uma das mais famosas obras de arte de Leonardo da Vinci, “Mona Lisa” (ilustração 18a) é uma das melhores



representações de como o artista recorreu à Razão Áurea para realizar seu trabalho. Repare como a linha dos olhos marca uma divisão áurea no comprimento total da face. E também a linha da boca é uma Proporção Áurea da distância entre a base do nariz e a extremidade do queixo.

Da Vinci também utilizou a Razão Áurea para definir todas as proporções fundamentais em sua obra “A Última Ceia” (ilustração 18b), desde as dimensões da mesa até a posição de Cristo e dos apóstolos sentados, assim como as proporções das paredes e janelas ao fundo. Observe as ilustrações seguintes.

**Ilustração 18** – Razão Áurea nas obras: “Mona Lisa” e “A Última Ceia”



(a)



(b)

## 4 O NÚMERO ÁUREO NOS CURSOS SUPERIORES

Nos capítulos anteriores, vimos um pouco da história e aplicações do Número Áureo e também as propostas feitas aos cursos de Medicina, Biologia e Artes Plásticas. A vantagem deste estudo é exatamente a comprovação de que a matemática faz-se presente, sim, em nosso cotidiano, mesmo que não percebamos sua presença e importância.

Em face desta importância no desenvolvimento de outras ciências, será apresentada neste capítulo a pesquisa realizada entre os estudantes e professores dos cursos já citados no parágrafo anterior. O questionário foi aplicado aos alunos dos últimos períodos de cada curso, visando a saber se eles conhecem e aplicam o conceito de  $\phi$ , uma vez que seu estudo se mostra essencial nestes três cursos.

Para chegar a uma conclusão a respeito do conhecimento do Número Áureo e também de sua utilização, aplicamos questionários aos alunos dos cursos superiores de Medicina da UniEvangélica e de Biologia da Universidade Estadual de Goiás, e também da área de estudo de Artes da Escola de Artes Oswaldo Verano (não voltada a nível superior), mantida pela Prefeitura do município de Anápolis, todos do último período/ano dos respectivos cursos.

Os questionários foram entregues a todos os alunos presentes na sala de aula na data determinada para sua aplicação em cada curso. No total, foram entrevistados 54 alunos. A pesquisa foi realizada de maneira aleatória, não havendo a preocupação com a quantidade de entrevistados por curso. Teve-se o cuidado apenas em entrevistar os alunos que estivessem nos períodos mais adiantados de cada curso.

O questionário dos alunos (Anexo) continha 7 perguntas relacionadas à importância do estudo do Número Áureo e suas aplicações. Visava saber se eles o aplicam em seus estudos e trabalhos e também se sua utilização era incentivada pelos professores dos cursos.

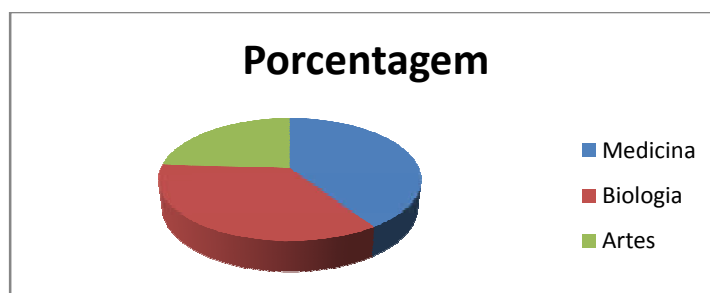
### 4.1 – Análise de dados dos Alunos

As respostas apresentadas nos questionários entregues aos alunos serão mostradas abaixo, em forma de tabelas e gráficos.

**Tabela 1:** Quantidade e percentual de alunos entrevistados em cada curso

<b>Cursos</b>	<b>Frequência</b>	<b>Porcentagem</b>
<b>Medicina</b>	22	100,0 %
<b>Biologia</b>	19	100,0 %
<b>Artes</b>	13	100,0 %

**Gráfico 1:** Quantidade e percentual de alunos entrevistados em cada curso

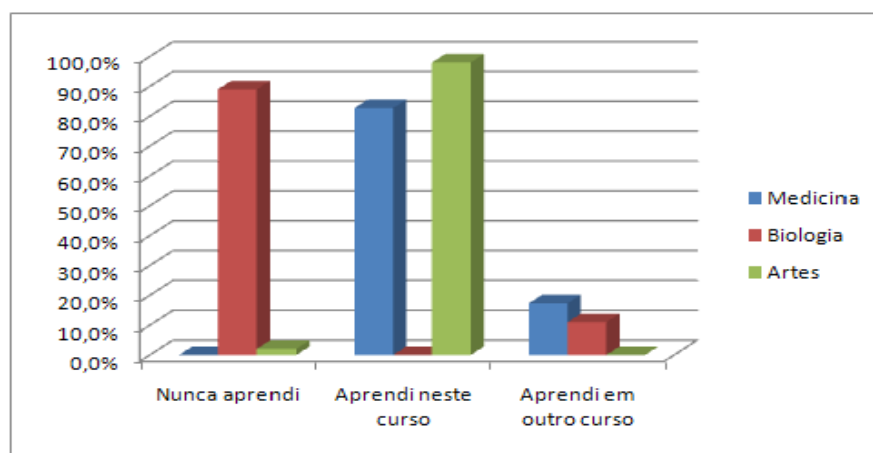


Fonte: Pergunta número 1 do questionário com os alunos

**Tabela 2:** Percentual de alunos que aprenderam sobre Número Áureo

<b>Cursos</b>	<b>Nunca aprendi</b>	<b>Aprendi neste curso</b>	<b>Aprendi em outro curso</b>	<b>Total</b>
<b>Medicina</b>	0,0 %	82,7 %	17,3 %	100,0 %
<b>Biologia</b>	89,0 %	0,0 %	11,0 %	100,0 %
<b>Artes</b>	2,0 %	98,0 %	0,0 %	100,0 %

**Gráfico 2:** Percentual de alunos que aprenderam sobre Número Áureo



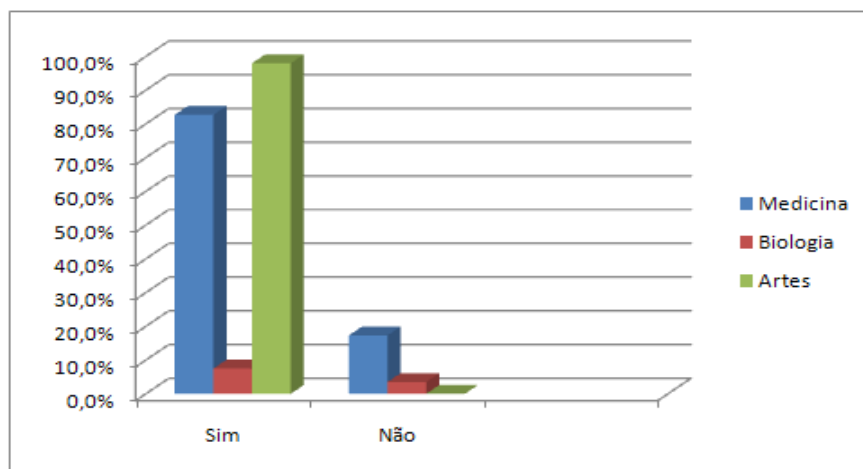
Fonte: Pergunta número 2 do questionário com os alunos

**OBS:** as repostas apresentadas a partir da pergunta 3 referem-se apenas aos alunos que já aprenderam sobre o Número Áureo.

**Tabela 3:** Percentual de alunos que acham interessante o estudo do Número Áureo

<b>Cursos</b>	<b>Sim</b>	<b>Não</b>	<b>Total</b>
<b>Medicina</b>	82,7 %	17,3 %	100,0 %
<b>Biologia</b>	7,5 %	3,5 %	11,0 %
<b>Artes</b>	98,0 %	0,0 %	98,0 %

**Gráfico 3:** Percentual de alunos que se interessaram pelo estudo do Número Áureo



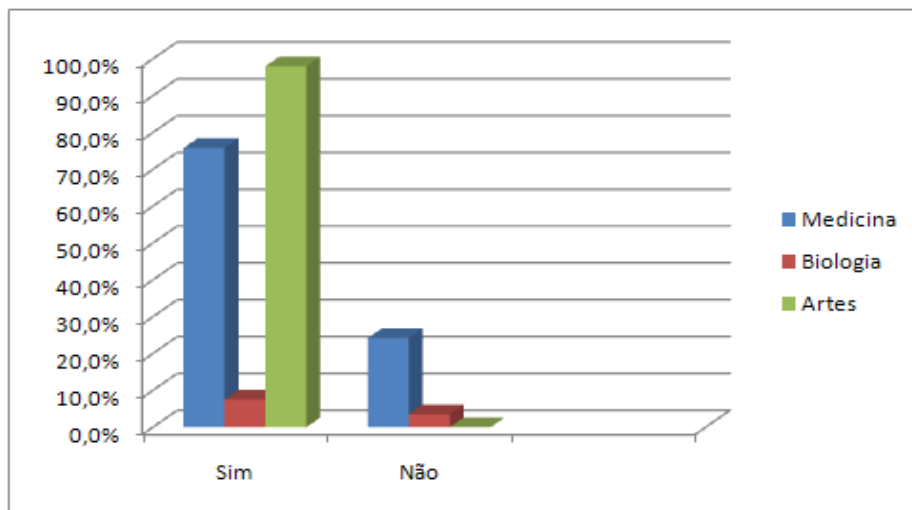
Fonte: Pergunta número 3 do questionário com os alunos

Grande parte dos alunos dos cursos de medicina e da área de artes se interessou pelo estudo do Número Áureo. Apenas os alunos do curso de biologia se mostraram mais indiferentes ao estudo do conteúdo.

**Tabela 4:** Percentual de alunos que acham que o Número Áureo deveria ser ensinado pelos professores do curso

<b>Cursos</b>	<b>Sim</b>	<b>Não</b>	<b>Total</b>
<b>Medicina</b>	75,8 %	24,2 %	100,0 %
<b>Biologia</b>	7,5 %	3,5 %	11,0 %
<b>Artes</b>	98,0 %	0,0 %	98,0 %

Gráfico 4: Percentual de alunos que acham que o Número Áureo deveria ser ensinado pelos professores do curso



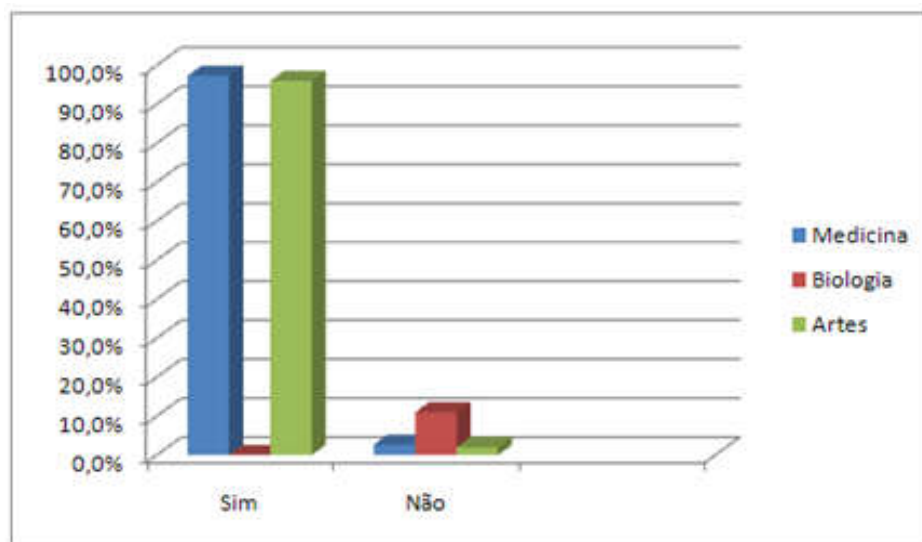
Fonte: Pergunta número 4 do questionário com os alunos

Grande parte dos alunos dos cursos de medicina alega que o Número Áureo deve ser ensinado pelos professores durante o curso, porém sua utilização deveria ser realizada não “neste momento”, mas talvez em uma especialização. Os alunos da área de estudo de Artes deixaram claro quão importante é o papel do professor no que diz respeito ao incentivo da aplicação de uma “certa proporção” em seus trabalhos, pois além de facilitar a realização das atividades, os alunos passam a conhecer um pouco mais da história de grandes artistas. Os poucos alunos do curso de biologia não demonstraram qualquer entusiasmo pelo conteúdo.

**Tabela 5:** Percentual de alunos que já foram motivados por seus professores a utilizarem as aplicações do Número Áureo em suas atividades

Cursos	Sim	Não	Total
<b>Medicina</b>	97,3 %	2,7 %	100,0 %
<b>Biologia</b>	0,0 %	11,0 %	11,0 %
<b>Artes</b>	96,0 %	2,0 %	98,0 %

Gráfico 5: Percentual de alunos que já foram motivados por seus professores a utilizarem as aplicações do Número Áureo em suas atividades



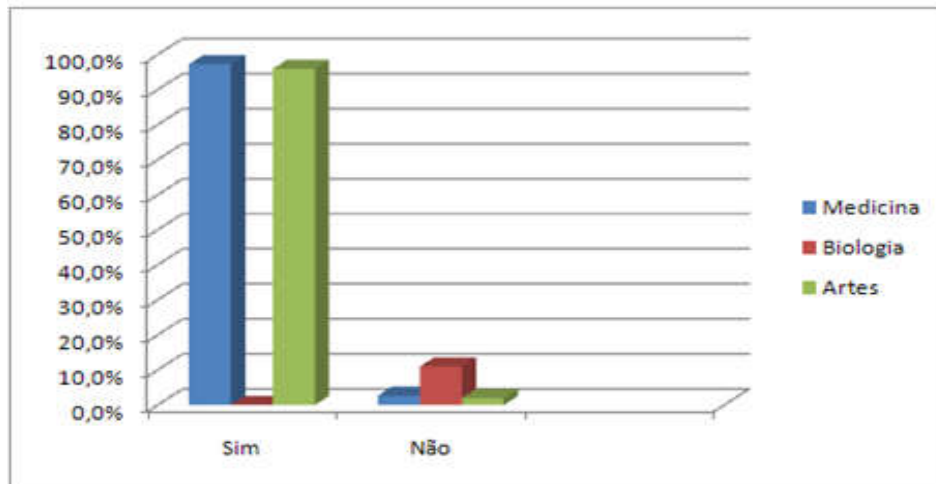
Fonte: Pergunta número 5 do questionário com os alunos

Mesmo obtendo o conhecimento e o passando a seus alunos, é praticamente nula a quantidade de professores que incentivam a utilização de conceitos e aplicações do Número Áureo nos cursos de medicina e biologia. Apenas no curso de artes percebemos que o professor faz uso da contribuição do conteúdo em tarefas destinadas ao curso, apresentando a história de famosos artistas da antiguidade e relacionando-a com a utilização da Razão Áurea. Percebemos aqui que nem sempre o papel incentivador do professor apresenta-se no decorrer no processo ensino/aprendizagem.

**Tabela 6:** Percentual de alunos que utilizam as aplicações do Número Áureo em seus trabalhos e estudos

<b>Cursos</b>	<b>Sim</b>	<b>Não</b>	<b>Total</b>
<b>Medicina</b>	97,3 %	2,7 %	100,0 %
<b>Biologia</b>	0,0 %	11,0 %	11,0 %
<b>Artes</b>	96,0 %	2,0 %	98,0 %

Gráfico 6: Percentual de alunos que utilizam as aplicações do Número Áureo em seus trabalhos e estudos



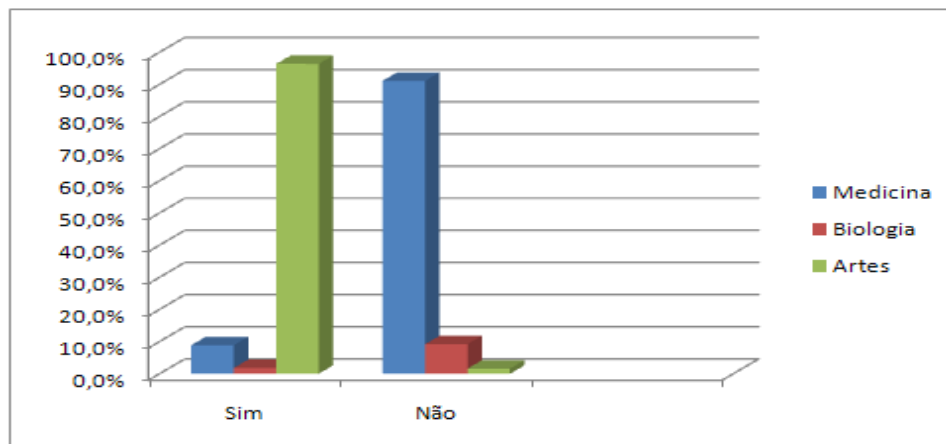
Fonte: Pergunta número 6 do questionário com os alunos

O incentivo à utilização do Número Áureo é quase nulo nos cursos de medicina e biologia. Apenas os alunos do curso de artes deixam claro que utilizam frequentemente “certas proporções” na realização de suas obras.

**Tabela 7:** Percentual de alunos que acham que a utilização do Número Áureo facilita a realização de suas atividades

Cursos	Sim	Não	Total
Medicina	8,9 %	91,1 %	100,0 %
Biologia	1,8 %	9,2 %	11,0 %
Artes	96,4 %	1,6 %	98,0 %

**Gráfico 7:** Percentual de alunos que acham que a utilização do Número Áureo facilita a realização de suas atividades



Fonte: Pergunta número 7 do questionário com os alunos

Aqui percebemos que nos cursos de medicina e biologia os alunos concordaram que o estudo do Número Áureo não contribuiu muito para uma melhora significativa no estudo da matemática, nem mesmo em seus estudos voltados ao curso. Já os alunos da área de estudo de artes deixaram evidente que a partir do estudo e aplicação do conteúdo, a matemática se tornou mais compreensível e a realização de seus trabalhos tornou-se mais fácil e precisa.



## 5 Conclusão

A matemática se faz presente em inúmeras obras da natureza e do homem. Por mais que pensamos que ela não passa de meros cálculos, é impossível negar que ela está à nossa volta, até mesmo em nosso corpo.

O estudo do Número Áureo nos comprovou isto e mais, a muitos fez perceber que, onde menos imaginávamos, ali estava a matemática presente. Foram inúmeros os estudos realizados sobre o Número Áureo desde sua descoberta. Desde então, comprovamos cada vez mais a sua presença na natureza, na música, na arte, entre muitos outros.

Desta forma, percebemos o quanto a matemática se apresenta como base no desenvolvimento de outras ciências, nas quais sua utilização pode facilitar a realização de atividades e também servir como incentivo de estudo aos alunos.

Aplicamos questionários aos alunos de determinados cursos e percebemos que muitos deles ainda desconhecem a história, a definição e até mesmo a existência do Número Áureo.

Os alunos que fazem parte da área de estudo de Artes, deixaram bem claro que sempre utilizam uma “certa proporção” para realizarem suas pinturas, mas nem sequer imaginavam que esta mesma proporção existia na música, nos animais, na galáxia, entre outros (eles aprenderam a aplicação do número apenas na arte);

Os alunos do curso de biologia, em sua maioria, ainda não conhecem em quantas maravilhas da natureza a matemática está presente. Grande parte mostrou desconhecer o conteúdo;

Os estudantes de medicina tinham conhecimento do conteúdo, porém a aplicação foi mostrada de uma maneira não tão motivadora pelo professor do curso, fazendo com que eles, os alunos, não mostrassem tanto fascínio pelo número e não percebessem sua inteira importância. Aos que detalharam mais seus estudos, foi nítido o encanto pela definição e as aplicações do número.

Já os professores não se mostraram muito motivados a ensinar sobre o Número Áureo, porém, os que ensinaram, mostraram também seu

encanto pelo conteúdo e confirmaram que seu estudo colabora consideravelmente com o interesse dos alunos pela matemática.

Seria interessante propor aqui, que nos cursos de formação de professores fosse destacada a importância de estudo do Número Áureo, incentivando estes futuros profissionais a recorrerem a certos artifícios para despertarem o interesse de seus alunos pela matemática e também fazer com que eles percebam a facilidade em aplicá-la.

A relevância da matemática não diz respeito a um único curso de graduação mas, sim, a toda ciência social, pois se trata de um instrumento para melhor visualizarmos a realidade e o mundo à nossa volta.

## 6 Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Gisélia Clarice. **PHI, A Razão da Nossa Proporção ser Divina!**

Belo Horizonte, 2008. Disponível em:

<[http://www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/Poster/Trabalhos/PO21303193515T.doc](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Poster/Trabalhos/PO21303193515T.doc)>.

Acesso em: 12 set. 2010.

ÁVILA, Geraldo. Retângulo áureo, divisão áurea e sequência de Fibonacci.

**Revista do Professor de Matemática.** São Paulo, Editora da SBM, 1985.

AZEVEDO, Alberto de. Sequências de Fibonacci. **Revista do Professor de**

**Matemática.** São Paulo, Editora da SBM, 2001.

BERDAN, Robert. **Fibonacci Numbers in Nature & the Golden Ratio.** New

York, 2004. Disponível em: <[http://www.world-mysteries.com/sci\\_17.htm](http://www.world-mysteries.com/sci_17.htm)>

Acesso em 18 nov. 2010.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Número de Ouro e Secção Áurea.** Blumenau,

Editora da Fundação Universidade Regional de Blumenau, 1996, p. 49-51.

BIPORO. **Um número muito especial I: Razão Áurea.** Rio de Janeiro, 2007.

Disponível em: <<http://www.forumpcs.com.br/coluna.php?b=197587>>. Acesso

em: 15 set. 2010.

GONÇALEZ, Rodrigo. **Natureza Elegante – Os Números de Fibonacci.** São

Paulo, 2007. Disponível em

<[http://rrgoncalvez.wordpress.com/2007/12/02/natureza-elegante-os-numerosde-](http://rrgoncalvez.wordpress.com/2007/12/02/natureza-elegante-os-numerosde-fibonacci/)

[fibonacci/](http://rrgoncalvez.wordpress.com/2007/12/02/natureza-elegante-os-numerosde-fibonacci/)>. Acesso em: 18 set. 2010.

HIPPLER, Denise. **Sólidos Platônicos – Introdução à modelagem de**

**sólidos.** São Paulo, 1997. Disponível em

<[http://www.dca.fee.unicamp.br/courses/IA841/2s2006/projects/proj\\_1/hippler/i-](http://www.dca.fee.unicamp.br/courses/IA841/2s2006/projects/proj_1/hippler/index.htm)

[ndex.htm](http://www.dca.fee.unicamp.br/courses/IA841/2s2006/projects/proj_1/hippler/index.htm)>. Acesso em: 01 de outubro de 2010.

LAURO, M.M. **A razão Áurea e os padrões harmônicos na natureza, artes e arquitetura.** São Paulo, Exacta, 2005, V.3, p.40.

LÍVIO, Mário. Razão Áurea: **A História de FI, um número surpreendente;** tradução Marco Shinobu Matsumura – Rio de Janeiro, Record, 2006, p.11-278.

NETTO, Luiz. **Segmento Áureo Aplicado à Construção de Violoncelos, Violinos.** São Paulo, 2007. Disponível em <<http://members.tripod.com/caraipora/proporouro.htm>>. Acesso em: 17 set. 2010.

PINTO, Paulo R. **Notas Sobre Sólidos Platônicos.** Uberlândia, 2006. Disponível em: <<http://www.math.ist.utl.pt/~ppinto/plato5.htm>>. Acesso em: 22 set. 2010.

RIBEIRO, Thyago. **Sequência de Fibonacci.** São Paulo, 2008. Disponível em: <<http://www.infoescola.com/matematica/sequencia-de-fibonacci/>>. Acesso em: 21 out. 2010.

SODRÉ, Ulysses; TOFFOLI, Sônia. **Alegria Matemática: Sequência de Fibonacci: Aplicações.** São Paulo, 2005. Disponível em: <<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/fibonacci/seqfib2.htm>>. Acesso em: 13 nov. 2010.

Universidade de Lisboa – Departamento de Educação. **Apresentação dos Sólidos Platônicos.** Campo Grande, 2003. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm205/apressol.htm>>. Acesso em: 22 Out. 2010.

Universidade de Lisboa – **Um Pouco de História.** Campo Grande, 2003. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm205/apressol.htm>>. Acesso em: 13 nov. 2010.

